

## Didattica laboratoriale e costruzione di competenze nell'insegnamento/apprendimento della Matematica

**Maria Polo**

**Abstract** – *The discussion on Laboratory Didactics, as a “new” teaching methodology, has developed in Italy since the early 2000s, just as the Démarche d’Investigation and the Inquiry Based Science Education have become a benchmark for the teaching of scientific disciplines in many countries throughout the world. The role of the laboratory in the scientific setting as well as in education and training goes even further back, and has felt the effects of the epistemological debate on scientific method since the beginning of the 1900s. In recent years, laboratory practices have been institutionally present in the ministerial guidelines for the entire pre-university education cycle, and not just for mathematics and scientific disciplines. In this paper, we draw attention to the fact that, on the one hand, the results of pedagogical, psychological and didactic research contribute to the pertinence of such methodological guidelines, but, at the same time, are difficult to put into practice at all levels of school education. Through a case study on problem solving activities in mathematics, we examine how a “laboratory climate” can contribute to building mathematical skills, and discuss the rigidity of the school system with respect to change and innovation of habitual practices.*

**Riassunto** – *Il dibattito sulla Didattica laboratoriale come “nuovo” metodo di insegnamento si è sviluppato in Italia a partire dai primi anni duemila, così come la Démarche d’Investigation e l’Inquiry Based Science Education, diventano una raccomandazione per l’insegnamento delle discipline scientifiche in molti Paesi a livello mondiale. Il tema del laboratorio in ambito scientifico e del suo ruolo nell’educazione e nella formazione risale a ben prima e risente, per la matematica in particolare, del dibattito di natura epistemologica sul metodo scientifico degli inizi del 1900. Negli ultimi anni, le pratiche laboratoriali sono istituzionalmente presenti nelle Indicazioni ministeriali di tutto il ciclo dell’istruzione preuniversitaria, e non solo per la matematica e le discipline scientifiche. In questo lavoro, poniamo l’attenzione sulla considerazione di quanto i risultati delle ricerche in ambito pedagogico, psicologico e didattico da un lato contribuiscano a fondare la pertinenza di tali suggerimenti metodologici, ma contemporaneamente ne riscontrino la difficoltà della diffusione nelle pratiche quotidiane a tutti i livelli scolastici. Attraverso uno studio di caso su attività di problem solving in ambito matematico, esaminiamo come un “clima di laboratorio” possa concorrere alla costruzione di competenze matematiche e discutiamo della rigidità del sistema scolastico rispetto al cambiamento e all’innovazione delle pratiche abituali.*

**Keywords** – mathematics, laboratory, practices, skills, teaching-learning

**Parole chiave** – matematica, didattica laboratoriale, competenze, insegnamento/apprendimento

**Maria Polo** è Professore Associato nel settore disciplinare MAT/04, in servizio presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell’Università degli Studi di Cagliari. Insegna *Storia della Matematica* per la Laurea Magistrale in Matematica e *Matematica e statistica* per la Laurea in Scienze Geologiche. Ha tenuto gli insegnamenti di *Didattica della Matematica* e di *Laboratorio di didattica della matematica* nella SSIS, nei TFA e nei PAS dell’Università di Cagliari. Dal 2001 affronta questioni riguardanti la problematica dell’influenza dell’epistemologia dell’insegnante sulla pratica didattica. Ha analizzato questioni riguardanti la validazione e l’elaborazione di concetti del paradigma teorico della Didattica della matematica; ha studiato possibili modalità di trasposizione dei risultati delle ricerche in attività di formazione continua e iniziale degli insegnanti.

## 1. Introduzione

Il dibattito sulla Didattica laboratoriale come “nuova” metodologia di insegnamento si è sviluppato in Italia a partire dai primi anni duemila, così come negli stessi anni la *Démarche d'Investigation* e l'*Inquiry Based Science Education*<sup>1</sup>, diventano una raccomandazione per l'insegnamento delle discipline scientifiche e della tecnologia in molti Paesi a livello mondiale.

La ricerca in Didattica della Matematica degli ultimi vent'anni ha sempre proceduto secondo una dialettica stretta tra la ricerca di base, sia teorica che sperimentale, e la pratica didattica. Si possono identificare alcune principali componenti delle ricerche in Didattica della Matematica alle quali la comunità<sup>2</sup> dei ricercatori italiani ha dato un contributo riconosciuto a livello internazionale: una componente epistemologica o di analisi del contenuto (ricerche basate sulla organizzazione concettuale della disciplina); una componente sperimentale (l'azione per una concreta innovazione nella classe), una componente cognitiva (l'analisi dei processi individuali e collettivi, come osservazione e modellizzazione di processi di laboratorio) e una componente didattica (l'analisi dell'interazione e del ruolo dell'insegnante). L'interazione tra le componenti e la partecipazione attiva degli insegnanti/sperimentatori costituiscono la peculiarità e l'originalità di tali ricerche italiane. Il nostro contributo si inserisce in questo contesto di studi, e affronta il tema della Didattica laboratoriale per analizzare le condizioni della sua integrazione nelle pratiche di insegnamento in uso. Affrontiamo quindi il tema della Didattica laboratoriale, risalendo alle origini del ruolo del laboratorio in ambito scientifico ed esaminando la collocazione del laboratorio nelle attuali indicazioni nazionali a livello pre-universitario: cerchiamo di delineare in che modo i risultati delle ricerche in ambito pedagogico, psicologico e didattico contribuiscono a fondare tali suggerimenti metodologici, ma ne evidenziano anche la difficoltà della diffusione nelle pratiche quotidiane a tutti i livelli scolastici.

## 2. Il laboratorio in ambito scientifico e la didattica laboratoriale

Il dibattito sul tema del laboratorio in ambito scientifico e del suo ruolo nell'educazione e nella formazione risale a fine ottocento e risente, per la matematica in particolare, del dibattito di natura epistemologica sul metodo scientifico e sui fondamenti della Matematica degli inizi del 1900<sup>3</sup>. I primi 30 anni del '900 sono per la matematica anni di crisi dei fondamenti, nei quali cambia il suo stesso statuto epistemologico. La matematica non è più la scienza del “vero” che ha la sua validazione nella verosimiglianza con la realtà fisica. Le matematiche, consistenti e “valide”, sono diverse in relazione a diversi paradigmi o sistemi assiomatici di riferimento<sup>4</sup>. Il loro rapporto con la realtà fisica cambia: lo studio delle strutture in matematica, an-

---

<sup>1</sup> Per un survey sull'implementazione al livello internazionale e una riflessione sulle pratiche di IBSE si veda: Maass, Artigue *et. al.*, 2013; Schoenfeld, Kilpatrick, 2013; Calmette, Matheron, 2015; Ouvrier-Bufferet, 2016.

<sup>2</sup> Cfr. Bartolini Bussi, 2001.

<sup>3</sup> Cfr. Giacardi, 2011 ripreso in Giacardi, 2016; De Bartolomeis, 1978. Per un approfondimento sul dibattito di natura epistemologica che qui non affrontiamo si veda Speranza, 1999.

<sup>4</sup> Si veda l'esempio delle Geometrie non euclidee in Kline, 1976, pp. 378-397.

che quelle più astratte, rivoluziona la matematica anche negli aspetti di modellizzazione (come descrizione, controllo o previsione) e interpretazione dei fenomeni di natura non solo fisica ma anche sociale e tecnologica.

Il laboratorio è connaturato e costitutivo dei contesti in cui vivono le discipline scientifiche. Sia che ci riferisca al “luogo” di lavoro dello scienziato, sia che ci si riferisca al luogo attrezzato della scuola dove si “riproducono” gli esperimenti. Il laboratorio è nell’immaginario collettivo il luogo dove si scoprono o si insegnano i saperi e le discipline scientifiche.

Fino a metà degli anni '70, nel “laboratorio” il professore e il tecnico (ad esempio di fisica o di chimica...) del liceo scientifico o dell’università “mostravano” gli strumenti e gli esperimenti agli studenti. Ma l’idea di laboratorio come contesto in cui si realizza una attività concreta, pratica e attiva, è analizzata da matematici nel dibattito già acceso di fine ottocento sul ruolo del laboratorio. In un lavoro di analisi di tale dibattito, Giacardi osserva come l’idea “di offrire agli allievi spazi dove poter esplicitare un’attività spontanea e costruttiva, coltivare la propria individualità e socializzare” (Giacardi, 2011, p. 3) fosse anche tra i temi del dibattito dei pedagogisti di inizio Novecento<sup>5</sup>. Dal confronto di diversi modelli di laboratorio di matematica l’autrice fa emergere nel dettaglio la posizione, ancora attuale, di Giovanni Vailati (1863-1909) sulla “scuola laboratorio”.

La caratterizzazione che Vailati dà della scuola-laboratorio [... ha] un significato più ampio sia del laboratorio di falegnameria di Borel, sia della *practical mathematics* di Perry basata sul *problem solving*, ma molto concentrata sulle procedure, sia della *laboratory method* proposto da Moore, caratterizzato soprattutto da aspetti “computazionali, grafici o sperimentali”, sia ancora del semplice uso di modelli e macchine matematiche suggerita da Klein. È, come Vailati auspicava, una metodologia basata su *problem solving*, congetture e argomentazioni, ma il cui fine ultimo è quello di pervenire alla costruzione di significati e a una sistemazione teorica della matematica (Giacardi 2011, pp. 11-12).

Cercare di enucleare gli aspetti significativi dei legami tra laboratorio e metodologia didattica, quale oggi si intende la “Didattica laboratoriale” è una impresa complessa. La affrontiamo qui con lo spirito e condividendo la posizione del pedagogista De Bartolomeis che già nel 1978 espone, dopo la sua “antipedagogia”, la propria posizione sul ruolo di quello che lui stesso chiama “il sistema dei laboratori”. La monografia di De Bartolomeis dal titolo *Sistema dei laboratori. Per una scuola nuova necessaria e possibile*, pur datata dal punto di vista lessicale e di contesto socio-politico e culturale in cui nasce, mantiene una bruciante attualità per quanto riguarda la complessità dei temi trattati nell’affrontare la questione dei laboratori e soprattutto per le tante questioni non risolte e ancora al centro del dibattito odierno sulla “Didattica laboratoriale”.

Isolare un tema significa mancare degli elementi essenziali per capirci qualcosa : bisogna metterlo in rapporto con altri temi, dargli uno spazio fisico/sociale, sottolineare l’importanza di fatti che sembrano trascurabili, vedere i problemi scolastici nel quadro dei problemi economici e politici. È indispensabile pendere in considerazione un complesso gioco di influenze. [...] Come posso sperare di comunicare con brevi spiegazioni il senso di un lavoro

<sup>5</sup> Il riferimento al pensiero di Dewey è alla base di tutto il movimento che in Educazione assegna un ruolo fondamentale alla scuola come laboratorio, cfr. Pezzano T., 2013

che ha bisogno di essere attentamente osservato da vicino, anzi di essere praticato? [...] E così sono portato, dalla logica stessa di un inquadramento non dottrinale di problemi particolari, a esporre in varie occasioni le ragioni della sperimentazione dei laboratori non solo per l'aggiornamento degli insegnanti ma anche per un rinnovamento delle pratiche educative (De Bartolomeis, 1978, pp. 11-12).

Le ragioni della sperimentazione dei laboratori per un rinnovamento delle pratiche educative nel pensiero di De Bartolomeis non sono certamente legate in modo esclusivo ad un cambiamento di metodo o di metodologia di insegnamento. Il "sistema dei laboratori" da lui ideato e sperimentato nei primi anni '70, preconizza una idea di scuola aperta, attiva e legata al tessuto socio economico del territorio.

Per compenetrare appieno il suo pensiero, è necessario prendere in considerazione il termine metodologia nell'accezione di "complesso dei principi di metodo su cui è fondata o dai quali risulta legittimata una scienza o disciplina" in opposizione all'accezione di "impiego coerente e rigoroso di un determinato metodo". Nell'attribuire al termine metodologia il qualificativo didattico (o di insegnamento) bisogna infatti sgombrare il campo dagli equivoci di interpretazione rigida e ristretta che spesso in ambito scolastico si tende ad assegnare quando si considera la Didattica laboratoriale come "metodo" di insegnamento. Una tale accezione ristretta conduce a cadere nell'illusione che l'applicazione di un metodo sia risolutiva delle problematiche dell'apprendimento e dell'insegnamento della matematica (e non solo), spesso alimentata da sapienti e autorevoli campagne di sostegno che si diffondono, soprattutto a livello del primo ciclo di istruzione.

Viviamo un fermento dal punto di vista delle indicazioni didattiche che, come ricaduta dei risultati delle ricerche di ambito pedagogico, psicologico e didattico, investono gli insegnanti con suggerimenti di nuove metodologie didattiche<sup>6</sup> alle quali attingere per la progettazione del curriculum o nella gestione delle attività. La Didattica laboratoriale potrebbe giustapporsi alle altre "nuove" metodologie e alla guisa di queste rimanere un intento nella progettazione del curriculum se non si acquisiscono conoscenze ed evidenze di risultati di ricerche sul perché, come e quando nell'innovazione delle pratiche abituali<sup>7</sup> di debba o si possa attuare una Didattica laboratoriale.

Con questo intento analizziamo alcuni aspetti che mettono in relazione Didattica laboratoriale e costruzione di competenze, due punti sensibili e di grande attualità nel sistema scolastico italiano a tutti i livelli, fino all'Università.

---

<sup>6</sup> Se si digita "didattica laboratoriale" su uno dei principali motori di ricerca appare il dato "circa 296.000 risultati in 0,47 secondi". Senza criteri di selezione, o un obiettivo a priori che guidi la ricerca, risulta complessa anche la sola consultazione di documenti dei siti istituzionali o individuali che forniscono risorse per l'insegnante. Cfr. il sito seguente, uno dei primi a comparire: <https://it.pearson.com/aree-disciplinari/italiano/didattica-inclusiva/didattica-laboratoriale-esempi-modelli.html>

<sup>7</sup> Per alcuni aspetti di riflessione sull'innovazione delle pratiche abituali in relazione a conoscenze scientifiche Cfr. Lai, Polo, 2012. Per alcuni approfondimenti sulle conoscenze degli insegnanti, cfr. Polo, 2017.

### 3. Didattica laboratoriale e costruzione di competenze

Negli ultimi anni, le pratiche laboratoriali sono presenti anche nelle Indicazioni ministeriali di tutto il ciclo dell'istruzione preuniversitaria e non solo per la matematica<sup>8</sup> e le discipline scientifiche. La visione epistemologica di una matematica e del suo insegnamento per problemi, o di laboratorio, non ha carattere innovativo per la scuola, se si considerano gli intenti e le indicazioni a livello istituzionale. Già i programmi dell'85 della scuola elementare assegnavano particolare rilevanza alla logica, all'informatica, al risolvere problemi<sup>9</sup>.

Fin dal 2001 una commissione dell'UMI (Unione Matematica Italiana) aveva messo in evidenza che la formazione del curriculum scolastico "non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica" e nel curriculum delineato nel 2003 precisava che

*le indicazioni relative al laboratorio di matematica sono particolarmente significative non solo per l'interazione con gli strumenti, ma soprattutto per l'impianto metodologico. Tale impianto si dovrebbe basare su quello che viene chiamato apprendistato cognitivo. L'apprendistato cognitivo coinvolge abilità e processi sia cognitivi sia metacognitivi: l'esperto modella e struttura l'attività del principiante, che osserva l'esperto e confronta e valuta il suo operato rispetto alle proprie attività intellettuali. È un metodo variegato e flessibile che si contrappone all'apprendistato pratico che, invece, si identifica con uno specifico metodo di apprendimento basato esclusivamente sull'osservazione dell'attività dell'esperto, sulla strutturazione graduale e crescente delle abilità e, soprattutto, su una particolare attenzione all'acquisizione di abilità di carattere pratico. L'apprendistato diventa cognitivo in quanto riesce a bilanciare la dialettica tra l'azione strutturatrice e facilitatrice dell'intervento dell'esperto e la sfida che un problema da risolvere rappresenta per il principiante, che non si limita a riprodurre i comportamenti dell'esperto ma diviene consapevole dei motivi che portano l'esperto a scegliere certe strategie e non certe altre. [...] L'apprendistato cognitivo richiede la costruzione di un ambiente di apprendimento aperto alla discussione, alla condivisione del sapere, che favorisca la produzione personale, ma anche l'osservazione ragionata dell'esperto al lavoro; un ambiente che potremmo chiamare "bottega della matematica" (Materiali UMI-CIIM, Matematica 2003, p. 38).*

Le più recenti ricerche assegnano un ruolo cruciale a componenti non solo cognitive ma anche sociali e emozionali nell'apprendimento della matematica<sup>10</sup>. Il laboratorio come contesto di apprendimento si configurerebbe quindi pertinente per favorire l'esplorazione e la scoperta, la formulazione di congetture e la ricerca di strategie adeguate ai problemi posti e alla ricerca delle soluzioni, per incoraggiare l'apprendimento collaborativo e promuovere la consa-

<sup>8</sup> Per una sintesi sulla didattica per competenze di veda Da Re, 2013.

<sup>9</sup> Ancora particolarmente attuale il testo seguente che riporta l'estratto dei programmi del 1985 (D.P.R. 12 febbraio 1985, n. 104) al paragrafo PROBLEMI: "Il pensiero matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione di problemi e ciò è in sintonia con la propensione del fanciullo a porre domande e a cercare risposte. Di conseguenza le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscono da esperienze reali del fanciullo e che offrano anche l'opportunità di accertare quali apprendimenti matematici egli ha in precedenza realizzato, quali strumenti e quali strategie risolutive utilizza e quali sono le difficoltà che incontra. Occorre evitare, peraltro, di procedere in modo episodico e non ordinato e tendere invece ad una progressiva organizzazione delle conoscenze".

<sup>10</sup> Cfr. Hannula, Evans, Philippou, Zan, 2004 e Radford, 2006.

pevolezza del proprio modo di apprendere. Anche le ultime Indicazioni Nazionali del I ciclo dell'istruzione del 2012 alla voce "ambienti di apprendimento" sollecitano a

*Realizzare attività didattiche in forma di laboratorio*, per favorire l'operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio, se ben organizzato, è la modalità di lavoro che meglio incoraggia la ricerca e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare, realizzare, valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con altri, e può essere attivata sia nei diversi spazi e occasioni interni alla scuola sia valorizzando il territorio come risorsa per l'apprendimento (p. 25).

E per i diversi ambiti disciplinari nelle stesse Indicazioni si legge:

[...] In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive (p. 45).

[...] Scienze. [...] Le esperienze concrete potranno essere realizzate in aula o in spazi adatti: laboratorio scolastico, ma anche spazi naturali o ambienti raggiungibili facilmente. È importante disporre di tempi e modalità di lavoro che consentano, in modo non superficiale o affrettato, la produzione di idee originali da parte dei ragazzi, anche a costo di fare delle scelte sui livelli di approfondimento e limitarsi alla trattazione di temi rilevanti. La valorizzazione del pensiero spontaneo dei ragazzi consentirà di costruire nel tempo le prime formalizzazioni in modo convincente per ciascun alunno. La gradualità e non dogmaticità dell'insegnamento favorirà negli alunni la fiducia nelle loro possibilità di capire sempre quello che si studia, con i propri mezzi e al proprio livello (p. 54).

[...] Tecnologia [...] Il laboratorio, inteso soprattutto come modalità per accostarsi in modo attivo e operativo a situazioni o fenomeni oggetto di studio, rappresenta il riferimento costante per la didattica della tecnologia; esso combina la progettazione e la realizzazione di semplici prodotti originali con la modifica migliorativa, nel senso dell'efficacia o dell'efficienza, di quelli già esistenti (p. 66).

Non ci addentriamo nel considerare la variabile del ruolo delle ICT e degli strumenti tecnologici nella progettazione e nella gestione di attività laboratoriali, sottolineato da numerosi studiosi. Già nel testo del '78 De Bartolomeis chiariva il ruolo delle tecnologie, ben prima quindi che le ICT facessero comparsa nella scuola con irruenza come negli ultimi 10 anni:

L'uso generico, avventato e indiscriminato del termine [laboratori] avrebbe dovuto consigliarmi di lasciarlo da parte. Ma ritengo che sia più utile togliere dagli equivoci un termine di uso corrente che inventarne uno di nuovo. Dunque laboratori per chiamare le cose con il loro nome : non solo eliminazione della lezione ma attività produttiva in locali attrezzati con materiali, strumenti e macchine. Questo rendeva evidente e perentorio il mutamento in fatto di modalità e di prodotti del lavoro culturale. Una rottura non clamorosa ma decisiva. Si può anche dire che in fondo il vero laboratorio è la mente dell'uomo *a patto che non si trascurino le condizioni e le mediazioni che modificano radicalmente il lavoro culturale*. Più tardi il concetto di laboratorio fu sciolto dall'obbligo di vincoli tecnologici tutte le volte che questi non erano richiesti per produrre. [...] I laboratori si differenziano [...] per corrispondere anche a forme di produzione che non hanno bisogno di uno strumento tecnologico in senso stretto. A me interessa che gli studenti si trovino spazi di comportamenti e di rapporti diversi da quelli usuali. La diversità consiste soprattutto nel fatto che ci sono cose da fare per raggiungere obiettivi con realtà di *prodotto*. E il prodotto può essere molto vario : la soluzione di un problema cognitivo, uno strumento, un congegno, una modificazione dell'ambiente, una innovazione organizzativa, la messa a punto e l'uso di una procedura di ricerca, una tecni-



ca di collaborazione ecc. cioè il rapporto progetto/processo/prodotto non è vincolato costitutivamente dall'esclusivismo tecnologico [...]. E se all'inizio si è dato peso particolare ad attività tecnologiche di vario tipo è stato proprio per favorire la rottura. Non c'era alcun pregiudizio tecnologico-manuale contro le attività intellettuali che del resto sono più che mortificate dal regime tradizionale (pp.13,14).

L'interesse del pedagogo è focalizzato sugli "spazi di comportamenti e di rapporti diversi da quelli usuali" da riservare agli studenti così come sulla mente dell'uomo, che è laboratorio "a patto che non si trascurino le condizioni e le mediazioni che modificano radicalmente il lavoro culturale".

Da più di 10 anni in Italia i lavori di ricerca in Didattica della Matematica di Bartolini-Bussi e Mariotti (2009), nella tradizione di Vygotskij e Rabardel, hanno introdotto il modello della Mediazione Semiotica, e Arzarello (2006) ha studiato il ruolo di segni e segni-artefatto quali modelli interpretativi dei processi di apprendimento e di insegnamento della matematica. Lo studio dei contesti e dei processi di mediazione, del ruolo degli artefatti nel processo di insegnamento/apprendimento e in quello di costruzione di ambienti di apprendimento assume oggi un ruolo particolarmente cruciale anche in considerazione dell'irruzione dei media<sup>11</sup> nella scuola e nella società tutta.

Per tutte le ragioni esposte, il nostro approccio non consiste nel prendere in considerazione la Didattica laboratoriale come nuova metodologia e cercare di stabilire quando e come utilizzare una tale modalità di lavoro, quanto piuttosto quello di capire come un "clima di laboratorio" possa intervenire nel processo di insegnamento/apprendimento e nella costruzione di competenze in matematica.

#### 4. Clima di Laboratorio e costruzione di competenze

Il punto di vista della Didattica della Matematica indaga sulle regolarità o invarianti come sulle perturbazioni che emergono in un contesto *dove e quando interviene il sapere*; e il contesto a cui ci riferiamo in questo lavoro è quello del processo di insegnamento/apprendimento di conoscenze e competenze in situazione scolastica. Usiamo il paradigma teorico della Teoria della Trasposizione didattica e della Teoria Antropologica del Didattico, sviluppata a partire dagli anni 80 da Chevallard (1985, 1989) e della Teoria delle Situazioni didattiche da Brousseau (1998) perché sono tra le prime Teorie, dell'ambito delle ricerche nelle didattiche disciplinari, ad aver considerato la necessità di un approccio sistemico. L'insegnante, l'alunno, il sapere e l'ambiente di apprendimento<sup>12</sup> sono considerati come elementi di un sistema che interagiscono influenzandosi reciprocamente nel dare vita al processo di insegnamento/apprendimento. Come nei più recenti studi della Teoria generale dei Sistemi, si tratta di un *approccio*

<sup>11</sup>Cfr. in Agrati, 2017, il concetto di "mediatizzazione" come "modello descrittivo dei processi di insegnamento-apprendimento, esplicativo dei rapporti complessi che si attivano in virtù dei mezzi tecnologici"; in Albano, Faggiano, Mammana, 2013, un modello descrittivo dei processi di insegnamento-apprendimento nel caso di ambienti di e-learning.

<sup>12</sup>Il termine ambiente di apprendimento è utilizzato nel senso assegnato al termine francese "milieu" nella Teoria delle situazioni didattiche e nella Teoria della Trasposizione didattica.

culturale che non si basa sul locale, sull'elemento, ma si focalizza sul rapporto tra gli elementi, sulla strategia, sul considerare problemi generati da soluzioni ad altri problemi... sul superamento del rapporto causa-effetto inefficace per gestire problemi complessi (Minati, 2004, p. 83).

Affrontare la questione dell'apprendimento e dell'insegnamento di competenze richiede un chiarimento preliminare sull'accezione data al termine competenze. Consideriamo il termine competenza<sup>13</sup> come la "comprovata capacità di utilizzare conoscenze, abilità e capacità personali, sociali e/o metodologiche, in situazioni di lavoro o di studio e nello sviluppo professionale e personale".

Ci poniamo inoltre la domanda sulla natura delle competenze e condividiamo la posizione di Pellerey<sup>14</sup> che tende "a non contrapporre sapere e competenza, bensì a considerarle come forme complementari di pensiero" (Pellerey, 2011, p. 40). Egli inoltre sostiene la necessità di prendere in considerazione il carattere soggettivo e quello relazionale della competenza e l'impossibilità di costruire competenze se non a partire da conoscenze e saperi posseduti. Il carattere relazionale della competenza

implica l'esistenza dell'altro e di altro: delle situazioni fidanti, con i loro caratteri oggettivi, più o meno ben percepiti e ben inquadrati, ma ben presenti nella loro durezza ed esigenza; delle persone più esperte, un riferimento con cui confrontarsi continuamente, che sono in grado di giudicare la qualità delle scelte e delle azioni; del contesto organizzativo e della pratica umana nella quale si è inseriti [...]. La prima relazione è tra *il soggetto e il compito*<sup>15</sup> da svolgere o la situazione sfidante.[...] La seconda relazione è tra *il soggetto e il contesto sociale e collaborativo* nel quale si è inseriti [...] La terza relazione si evidenzia se teniamo presente come sia *il soggetto* che agisce, sia *il compito* da svolgere siano inseriti *in un contesto culturale e pratico* che evolve nel tempo [...] (Pellerey, 2011, pp. 43-44)

Affrontare il problema della costruzione di competenze comporta la necessità di indagare e conoscere le condizioni che possono favorire o impedire tale costruzione.

La qualità della competenza di una persona non può essere riferibile alla sua manifestazione in un caso specifico e isolato [...]. Un compito, una sfida non può essere colta solo in riferimento a se stessi, bensì tenendo conto del contesto pratico, in riferimento a se stessi, bensì tenendo conto del contesto pratico, sociale o culturale in cui tale compito o sfida si colloca. La percezione che uno studente viene ad avere del compito assegnato tiene conto della pratica didattica nella quale è inserito. Se prevale un insegnamento che sollecita risposte standardizzate, questi si appresterà a manifestare la sua competenza in tale direzione; se invece prevale un orientamento più flessibile e aperto, egli dovrà mettere in gioco risorse interne assai più impegnative e coerenti con le esigenze della richiesta (Pellerey, 2011 p. 45).

Indagare le condizioni, secondo Pellerey, significa anche guardare all'agire pratico e ciò conduce ad affrontare uno studio finalizzato a mettere in luce anche "quanto non è possibile racchiudere in leggi e principi di natura scientifico-tecnologica, perché legato a una costruzio-

---

<sup>13</sup> Definizione ripresa da: Raccomandazione del Parlamento Europeo e del Consiglio del 23 aprile 2008 sulla costituzione del Quadro europeo delle qualifiche per l'apprendimento permanente – Allegato 1, C111/4.

<sup>14</sup> Si veda anche Pellerey, 2015.

<sup>15</sup> Il corsivo è nostro.



*ne personale di conoscenza, competenza e senso, che deriva da una riflessione sull'esperienza... la pratica evocata... è una pratica complessa, culturalmente e linguisticamente segnata* (Pellerey, 1998).

Nel considerare fondamentale l'apporto dell'agire e della pratica e la complessità, nel funzionamento della relazione didattica, che lega e vincola gli elementi insegnante-alunno-sapere-ambiente, la sintesi di Pellerey sui risultati in ambito filosofico e pedagogico ha aspetti di accordo con il pensiero espresso da Chevallard (2011) che così definisce l'approccio della Teoria Antropologica del Didattico:

La théorie anthropologique du didactique (TAD) porte en elle une critique sévère mais bonne du champ didactique; elle l'exprime notamment à travers deux définitions, celle du didactique, d'abord, celle de la didactique. Le didactique est cette dimension des sociétés humaines – et peut-être animales ! – présente en toute situation où se manifeste une intention, portée par une personne ou une institution (V), de faire quelque chose (un "geste didactique") pour que quelque personne ou quelque institution (U) apprenne quelque chose (l'enjeu didactique). En usant des concepts de base de la TAD, on dira encore : "... pour que quelque instance (personne ou institution) rencontre quelque entité praxéologique". La didactique est la science du didactique et, plus largement, des conditions et des contraintes gouvernant la diffusion des entités praxéologiques auprès des instances de la société. La didactique n'est pas attachée organiquement à telle ou telle instance sociale – à "l'école", à telle "discipline scolaire", etc. Elle regarde toute instance doublement : comme l'objet possible d'intentions didactiques et le sujet nécessaire de rencontres praxéologiques, d'une part ; comme capable d'intentions didactiques et opératrice potentielle d'un gestuaire didactique, d'autre part.

Gli studi dell'ambito psicologico e della Didattica della Matematica hanno identificato un doppio paradosso caratterizzante il processo di insegnamento/apprendimento in situazione scolastica: per apprendere l'alunno deve accettare di rompere la relazione didattica ed entrare in relazione diretta con il sapere (paradosso dell'*atto* di apprendimento); se l'insegnante dice ciò che vuole ottenere, non può più ottenerlo (paradosso dell'*atto* di insegnamento). Nella Teoria delle Situazioni, elaborata nell'ambito di ricerca in Didattica della Matematica da Brousseau (1998), il superamento del paradosso è realizzato se si instaura una situazione *a-didattica* che realizza una condizione particolare della relazione didattica, specifica del sapere, che lega insegnante, alunno e ambiente. Una situazione è *a-didattica* relativamente ad un sapere, se contiene le condizioni *per poter essere vissuta dall'alunno indipendentemente dalle istanze didattiche*. Le *azioni* che l'alunno compie, le *risposte* e le *argomentazioni* che fornisce devono quindi essere *funzione del suo rapporto* (non totalmente esplicito) con il sapere (in quanto conoscenza da acquisire o da utilizzare per fornire le risposte)<sup>16</sup>. Il doppio paradosso si supera, quindi, con la realizzazione del processo di devoluzione, attraverso il quale l'insegnante fa accettare (implicitamente) all'alunno la responsabilità di una situazione di apprendimento (*a-didattica*) o di un problema e accetta egli stesso le conseguenze di questo transfert

<sup>16</sup> La Teoria delle situazioni, distingue la situazione *a-didattica* da altri due tipi di situazioni caratterizzate da una natura differente della relazione didattica Insegnante-Alunno-Sapere-Milieu. Situazione non-didattica: una situazione è *non-didattica*, relativamente ad un sapere S se tale situazione *non è esplicitamente organizzata* per permettere l'apprendimento di S. Situazione didattica: una situazione è *didattica*, relativamente ad un sapere S se in tale situazione è introdotta un *relazione didattica* che attribuisce agli elementi I ed A le posizioni rispettive di Insegnante e Alunno *nei confronti di S*.

(errori ripetuti, saperi momentaneamente parzialmente corretti). Le attese reciproche di insegnante e alunno rispetto al sapere “regolano” il funzionamento del processo di devoluzione; il modello teorico dell'insieme di tali attese prende il nome di *Contratto Didattico relativo ad un sapere*<sup>17</sup>. Nel processo di insegnamento/apprendimento l'insieme dei comportamenti e delle attese reciproche dell'insegnante e dell'alunno nei confronti del sapere deve necessariamente contenere degli elementi *impliciti* se tale sapere è in fase di costruzione, l'apprendimento necessita di continue rotture del contratto didattico. Ma il processo di insegnamento/apprendimento di un sapere in situazione scolastica non si esaurisce con la *Costruzione di una Conoscenza*, ma si evolve in un processo (inverso a quello della devoluzione) attraverso il quale la nuova conoscenza acquisita diventa riferimento culturale “ufficializzato” nel quadro collettivo della classe e collocato in una disciplina specifica (Matematica). Tale processo viene denominato, nell'ambito della Teoria delle situazioni, *Istituzionalizzazione* di un sapere.

I processi di *devoluzione* e di *istituzionalizzazione*, che non devono essere confusi con le fasi della programmazione didattica, contengono necessariamente delle fasi di *monitoraggio* del processo di insegnamento/apprendimento di un sapere in fase di costruzione che l'insegnante e l'alunno realizzano, spesso implicitamente. Il processo di insegnamento/apprendimento di una data conoscenza o sapere evolve infatti, secondo la TAD in una dialettica tra cronogenesi e topogenesi dei saperi<sup>18</sup>. Ogni alunno quando *l'insegnante ha finito di spiegare un nuovo argomento* e ha preannunciato il momento del “compito in classe” anche inconsapevolmente sa di aver “capito” o di “non aver capito” (una topogenesi della nuova conoscenza si è realizzata o no). Ma anche l'insegnante, con un monitoraggio spesso implicito e inconsapevole dell'evoluzione degli apprendimenti degli alunni, stabilisce un ritmo della cronogenesi proprio nel momento in cui “annuncia” il prossimo compito in classe sull'argomento. Gli indicatori che determinano il ritmo della cronogenesi sono, da un lato, la progettazione del percorso (gli obiettivi stabiliti a priori in relazione al nuovo argomento) e dall'altro, l'individuazione di errori, difficoltà e risposte corrette da parte dell'insegnante durante le attività realizzate. Nell'agire pratico, una delle preoccupazioni degli insegnanti è quella di impedire che gli alunni commettano errori. Con una espressione forte, Chevallard afferma che “il potere dell'insegnante in classe consiste più nel suscitare la risposta corretta (che implicitamente classifica le altre come scorrette) che nel designare le risposte scorrette” (Chevallard, 1985). Alcune delle risposte possibili (dal punto di vista epistemologico in relazione alla domanda posta) possono essere eliminate o avere poche possibilità di apparire, non perché non siano pertinenti dal punto di vista matematico ma perché ritenute “fuori luogo”, nella interpretazione della situazione da parte dell'alunno, rispetto alle attese “implicite” dell'insegnante. Diventa, quindi, impor-

---

<sup>17</sup> Nella TDS con il termine “Contratto didattico”, si identifica l'insieme delle relazioni che determinano – quasi sempre in modo implicito – rispetto ad un sapere insegnato, ciò che ciascun elemento – insegnante, alunno – ha la responsabilità di gestire e di cui sarà responsabile rispetto all'altro.

<sup>18</sup> Nella pratica agiscono più saperi in contemporanea che hanno evidentemente statuti diversi nella dialettica cronogenesi-topogenesi e quindi l'osservazione e lo studio dell'agire nelle pratiche scolastiche manifesta tutta la sua complessità, dovuta anche al fatto che più sistemi didattici funzionano contemporaneamente in relazione ai diversi saperi in atto nella attività presa in considerazione. Inoltre, più contratti didattici “agiscono” contemporaneamente in relazione a statuti diversi dei saperi matematici in gioco in una data attività.

tante spostare l'attenzione dal ruolo attribuito all'errore (come mancanza di conoscenza – o disattenzione, o distrazione...) alla necessità per l'insegnante di prevedere, individuare la natura e gestire le risposte degli alunni, siano esse: attese o non attese, giuste o sbagliate, o ancora parzialmente corrette.

Ogni risposta relativa ad un sapere che l'alunno fornisce può essere collegata a due *condizioni delle attività* di natura differente, rispettivamente caratterizzate da un sapere che è *acquisito* o da un sapere che è *in fase di costruzione*. Se il sapere è in fase di costruzione, la *destabilizzazione di uno dei "sensi del sapere"* è una fase necessaria e costitutiva del processo di costruzione delle conoscenze. L'errore, la difficoltà o la risposta non attesa sono in questo caso l'indice dell'instaurarsi di una fase necessaria del processo di costruzione della conoscenza (cioè del *senso del sapere*). Davanti a risposte di questo tipo l'insegnante può prendere due decisioni differenti. Durante l'attività in classe tali decisioni sono istantanee e spesso inconse: rilevare l'errore ed esplicitarlo all'alunno, oppure, rilevare l'errore e tenerlo per sé. Nel primo caso, la decisione interrompe nell'alunno la fase di apprendimento (non ha più ragione di essere il porsi domande e cercare la risposta se quella corretta è stata già "rivelata") e rinvia ad un altro "compito sfidante" la costruzione della nuova conoscenza. Con la seconda decisione, l'insegnante, non esprime giudizi sull'errore (percepibili dall'alunno) ma accetta che l'alunno sbaglia e incoraggia la ricerca di altre risposte, ristrutturando le condizioni della situazione che permettano tale ricerca. Ciò può favorire l'innescarsi di un processo di *devoluzione all'alunno di una responsabilità nei confronti del sapere*, e permettere la costruzione della nuova conoscenza.

Se il sapere è acquisito, l'alunno può non dare alcuna risposta o dare una risposta non attesa o considerata errata dall'insegnante perché le *condizioni della situazione* lo hanno influenzato<sup>19</sup> (in modo implicito) conducendolo a fornire una risposta non sulla base del suo rapporto con il sapere in gioco (cioè con le sue conoscenze) ma sulla base della sua interpretazione della attività e delle domande a cui deve rispondere. Per esempio, ciò accade quando l'alunno utilizza un algoritmo diverso da quello "atteso" dall'insegnante nella risoluzione di un problema o nel fornire la risposta ad un esercizio. La risposta ad un quesito, la soluzione di un problema necessitano inoltre una validazione delle soluzioni e delle strategie risolutive al fine di accertarne la correttezza, la validità e la pertinenza epistemologica. Sulla previsione di come gestire le risposte corrette o errate degli alunni si basa fondamentalmente la possibilità di costruire un *clima di laboratorio* in classe. Un clima di laboratorio, caratterizzato dalla produzione di congetture, da un dibattito che le confuta o le rigetta e da una argomentazione sulle risposte trovate, non comporta mai fasi di valutazione<sup>20</sup>.

<sup>19</sup> Cfr. Polo, 2002, per alcuni esempi su questi comportamenti di risposta al compito.

<sup>20</sup> L'insegnante e l'alunno, in relazione alle loro rispettive funzioni istituzionali, hanno una ulteriore attesa reciproca che li vincola: il processo di insegnamento/apprendimento non si esaurisce con quello di Istituzionalizzazione ma necessita l'innescarsi del processo di Valutazione. Il processo di *valutazione* è caratterizzato da una funzione specifica istituzionalmente assegnate al sistema Insegnante-Alunno-Sapere-Milieu. Il sapere è supposto acquisito, l'insegnante deve esplicitamente esprimere un giudizio su tale acquisizione e l'alunno deve esplicitamente mostrare di aver acquisito il sapere in gioco.

Abbiamo cercato di mostrare che l'accezione di Didattica laboratoriale come nuova metodologia di insegnamento, sia restrittiva ma si debba piuttosto prendere in considerazione un "clima di laboratorio" come variabile fondamentale della messa in opera di ambienti di apprendimento significativi e potenzialmente atti a costruire competenze matematiche e di problem solving. La ricerca ha affrontato il problema della messa in opera di un tale *ambiente di apprendimento* in stretta relazione con lo studio delle condizioni che ne possano permettere (o viceversa ne possano impedire) l'inserimento nelle pratiche d'insegnamento abituali. Ci focalizziamo nello studio di caso sull'analisi delle tipologie di problemi che sono potenzialmente efficaci per determinare un clima di laboratorio e sulle alcune condizioni che ne determinano un funzionamento pertinente per la costruzione di competenze personali di problem solving in matematica.

## 5. Lo studio di caso: attività di problem solving in matematica

La risoluzione di problemi intesa come attitudine a porsi e porre domande nella ottica di trovare risposte convincenti è carattere intrinseco del processo di apprendimento così come del fare matematica e il problem solving è considerata una delle competenze trasversali a tutti i livelli scolastici. Non abbiamo dati quantitativi, ma la nostra esperienza di sperimentazione e di formazione ci conduce ad avanzare la congettura che una pratica di problem solving (che dovrebbe andare di pari passo con quelle di problem posing) sia ancora oggi punto isolato nelle pratiche scolastiche abituali. Eppure, se si accetta la tesi del carattere relazionale della competenza, una attività di risoluzione di problemi o una attività in "clima di laboratorio" dovrebbero garantire le condizioni atte alla costruzione di competenze.

Consideriamo due contesti diversi di studio di caso: quello di alunni di scuola secondaria impegnati in una tipologia di gare di matematica a squadre e quello di un'attività laboratoriale, centrata sulla risoluzione di un problema, realizzata da insegnanti di scuola secondaria di primo grado in un corso di formazione. Dal punto di vista metodologico i dati raccolti nei due contesti riguardano gli elaborati degli alunni, le note di osservazione e alcuni filmati delle fasi di lavoro in classe. Esaminiamo qui per ciascun contesto alcuni aspetti di natura epistemologica e di organizzazione didattica che si sono rivelati variabili didattiche fondamentali rispetto alla messa in opera di competenze riguardanti i saperi matematici.

### 5.1. Il contesto delle gare di classe

Il contesto delle gare di classe o a squadre è un contesto pertinente per l'individuazione di invarianti di natura epistemologica, osservabili esaminando esclusivamente negli elaborati degli alunni le occorrenze delle risposte corrette e delle tipologie di errori o di risposte parziali. Prendiamo in considerazione le risposte ad un problema fornite da gruppi di alunni diversi. Il primo gruppo è composto da 17 classi (3 di terza secondaria di primo grado, 7 di prima e 7 di

seconda secondaria di secondo grado) che si sono affrontate nelle gare del RMT<sup>21</sup>. In questa tipologia di gare, le classi si sfidano in due prove e una finale. In ciascuna fase la classe è responsabile della organizzazione in gruppi e della gestione del lavoro: la gara consiste nel rispondere a 7 quesiti in 50 minuti fornendo una spiegazione e una argomentazione della risposta trovata; una commissione (di insegnanti provenienti dalle diverse classi in gara) corregge gli elaborati sulla base di una griglia di attribuzione di punteggi stabilita a priori da una commissione internazionale. Il secondo gruppo è composto da 8 squadre<sup>22</sup>; ciascuna squadra è composta da 10 alunni (di seconda, terza e quarta della secondaria di secondo grado) che si affrontano in una sola gara con le stesse regole. Il problema è stato assegnato con un diverso testo ai due gruppi, nelle seguenti versioni.

*Versione 1. Un'azienda produce un tipo di minestra al pomodoro che confeziona in lattine da un litro. Le lattine sono di forma cilindrica con diametro interno di 8,4 cm. Nel corso di una campagna promozionale l'azienda decide di offrire ai suoi clienti, allo stesso prezzo, lattine aventi la stessa altezza, ma contenenti il 15% di minestra in più. Qual è il diametro interno delle nuove lattine di minestra? Eseguite i calcoli con l'approssimazione al millimetro.*

*Versione 2. Un'azienda produce un tipo di piscina rotonda dalla portata di 12000 litri di acqua. La piscina ha una forma cilindrica con diametro interno di 450 cm. Nel corso di una campagna promozionale l'azienda decide di offrire ai suoi clienti, allo stesso prezzo, una piscina avente stessa altezza, ma contenente il 15% di acqua in più. Le nuove piscine prodotte hanno il diametro di 467 cm. Secondo voi l'azienda ha prodotto le piscine adatte allo scopo della campagna promozionale?*

I contenuti di riferimento del compito matematico sono gli stessi nelle due versioni<sup>23</sup> ma la struttura dei quesiti è diversa. Sono stati modificati, i dati numerici, lo scenario del problema e la formulazione della domanda. Nella versione 1 il quesito richiede la produzione di un numero, mentre nella versione 2 richiede di valutare l'adeguatezza di un valore numerico. In particolare nella versione 2, il dato aggiunto riferito al diametro modifica le strategie risolutive possibili, mentre la formulazione della domanda analoga a quella della versione 1 sarebbe dovuta essere "Qual è il diametro interno della nuova piscina?". Le due modifiche sono state scelte a priori per analizzare il ricorso a strategie di verifica (rispetto alla risoluzione diretta) e ad una maggiore coerenza tra il contesto narrativo dello scenario e la domanda (Zan, 2016).

<sup>21</sup> I testi sono un adattamento di un problema del 254° RMT, 2016. Per maggiori dettagli sulla tipologia di gara si veda il sito dell'ARMT <http://www.armtint.org>.

<sup>22</sup> I dati raccolti sono riferiti all'edizione 2017 della Gara di Matematica Fami(g)liare organizzata dal CRSEM di Cagliari.

<sup>23</sup> Si tratta di risolvere un problema di proporzionalità, con uno dei dati espresso in percentuale. Gli argomenti della proporzionalità e delle frazioni sono tra i più problematici nell'insegnamento della matematica nella transizione dalla scuola secondaria di primo grado a quella di secondo grado. Il compito è "sfidante" sia rispetto al sapere "divisione" che rispetto al sapere "confronto tra rapporti" che possono essere utilizzati per risolvere il problema ma non sono in alcun modo "richiamati" nello scenario e nei dati del problema.

Bassa la frequenza di procedimenti di verifica nel caso del secondo gruppo<sup>24</sup> ma maggior numero di risposte corrette rispetto al primo gruppo. I risultati raccolti hanno mostrato una sostanziale invarianza nelle percentuali di successo e nessuna risoluzione a punteggio pieno cioè con risoluzione corretta e spiegazione esaustiva. Nelle due versioni la domanda non contiene, neanche implicitamente, l'indicazione della strategia di risoluzione ed è trasparente rispetto al sapere necessario per risolvere il problema. Questa variabile della modalità di formulazione della domanda è meno frequente nei problemi scolastici standard. Spesso infatti nelle pratiche scolastiche di attività di risoluzione di problemi sono presenti indicatori linguistici o di natura didattica legati alla cronogenesi che danno espliciti richiami al sapere e alle strategie risolutive da utilizzare per risolvere il problema. Ciò potrebbe aver contribuito nei due gruppi alla percentuale bassa di successo e sarebbe sintomo di un blocco della devoluzione rispetto ai sapere in gioco. In relazione al contesto del primo gruppo, considerati i dati raccolti su questa tipologia di attività<sup>25</sup> negli ultimi 3 anni, permane la resistenza della difficoltà all'inserimento nella pratica abituale, in interazione con il curricolo, delle tipologie di attività legate alle gare matematiche di classe.

### *5.2. Il Contesto del Corso di formazione*

Il secondo problema preso in considerazione è stato somministrato in una fase di sperimentazione<sup>26</sup> nella classe seconda della scuola secondaria di I grado in un corso di formazione di insegnanti in servizio che prevedeva fasi di osservazione degli alunni in attività laboratoriali. L'attività era organizzata in una prima fase individuale seguita da una di gruppo e da una discussione collettiva di conclusione che consisteva nella condivisione delle soluzioni, delle strategie di risoluzione e delle argomentazioni sulla correttezza della risposta o sugli errori. Il problema è stato proposto in 6 classi di seconda secondaria di primo grado. L'insegnante gestiva l'attività, il formatore aveva il ruolo di osservatore (conosceva la classe e l'insegnante per aver condotto in prima persona una attività laboratoriale in una fase precedente del corso di formazione). L'attività era stata discussa, analizzata e preparata con il formatore e tutti i colleghi coinvolti. Riportiamo l'elaborato del problema della scheda consegnata per il lavoro di gruppo in una delle due classi e una breve sintesi dei risultati.

---

<sup>24</sup> Non ci addentriamo negli aspetti matematici e quantitativi delle tipologie di risposte che richiederebbero l'analisi di altre variabili fondamentali che hanno influenzato le risposte (conoscenze matematiche potenzialmente possedute, composizione dei gruppi, contesto di gioco e di sfida della gara, ecc...)

<sup>25</sup> Dai dati rilevati, mediamente il 10% degli insegnanti che partecipano alle gare, attuano abitualmente attività di problem solving come modalità inserita nella progettazione del curricolo.


<sup>26</sup> Cfr. Milia, Polo 2017, per altri esempi di problemi e una analisi di natura linguistica sulle tipologie di risposte.




Scheda 2A  
Lavoro di gruppo

**A - Le biglie del nonno**


Tre amici, Luca, Marco, Giorgio hanno avuto in regalo dai loro nonni delle biglie da collezione tutte uguali.



Biglie di Luca



Biglie di Marco



Biglie di Giorgio

Decidono di venderle a un collezionista.  
Luca riceve: 4 euro, Marco 7 euro, Giorgio 10 euro.  
I ragazzi discutono tra loro: Saranno rimasti tutti soddisfatti?

*No, Marco non è rimasto molto soddisfatto.*

- Scrivete la risposta.
- Confrontate il procedimento utilizzato da ciascuno con quello dei compagni.
- Giustificate la risposta sulla base del procedimento che ritenete più adatto a risolvere il quesito.

*Abbiamo guardato il ricavo della vendita delle biglie e lo abbiamo diviso per il numero delle biglie di ciascuno.*

*Luca:  $4 : 2 = 2 \rightarrow$  il costo di ciascuna biglia di Luca*

*Marco:  $3 \cdot 2 = 6 + 1 = 7 \rightarrow$  3 biglie di Marco sono state vendute a 6 € e l'una, rimane una che è stata venduta a 1 €.*

*Giorgio:  $5 \cdot 2 = 10 \rightarrow$  il costo delle biglie di Giorgio*

Tre amici Luca, Marco, Giorgio hanno avuto in regalo dai loro nonni delle biglie da collezione tutte uguali. Decidono di venderle ad un collezionista. Luca riceve 4 euro, Marco 7 euro, Giorgio 10 euro. I ragazzi discutono tra loro. Saranno rimasti tutti soddisfatti?.

La classe era suddivisa in 4 gruppi (2 di 4 componenti e 2 di 3 componenti). Tutti i gruppi hanno fornito la risposta corretta; le risposte sono classificabili in tre tipologie, ricorrenti in tutte le classi: Tipologia 1. *Confronto tra costo unitario di vendita.* Tipologia 2. *Determinazione del ricavo che avrebbe dovuto avere Marco ("Saranno tutti soddisfatti tranne Marco perché ha ricevuto 7 € invece di 8 €"); le strategie fanno ricorso al raddoppio.* Gruppo 3: *Attribuzione a Marco della vendita di 2 biglie a 2 euro e la terza biglia a 1 euro.* Questa strategia ha consentito una discussione di classe sulla "ripartizione in parti uguali". L'elaborato è rappresentativo della risposta più frequente che non fa ricorso né al ragionamento proporzionale, né al confronto tra rapporti, ma riconduce il confronto al costo unitario di vendita delle biglie.

Sulle sei classi di seconda media, che avevano già affrontato in prima il percorso sulle frazioni, solo in una delle classi è stata data la risposta facendo ricorso al confronto tra rapporti. Il ricorso alla strategia del calcolo del costo unitario mostra che il sapere "divisione" è posseduto come competenza; l'assenza di ricorso diretto al confronto tra rapporti è indicatore dell'assenza di competenze rispetto alla "frazione come rapporto".

### 5.3. Risultati dello studio di caso

Dal punto di vista della ricerca le attività realizzate hanno consentito la conferma delle seguenti ipotesi: 1. la difficoltà per l'insegnante nell'innescare un processo di "devoluzione" all'alunno del proprio rapporto con i saperi matematici; 2. il controllo e la presa di decisione da parte dell'insegnante durante *l'agire pratico* (in relazione agli interventi degli alunni) sono de-

terminati da almeno tre aspetti<sup>27</sup>: quello epistemologico, quello della organizzazione didattica e quello della previsione delle risposte/domande attese; 3. la tendenza del processo di insegnamento/apprendimento in situazione scolastica ad una cortocircuitazione dei processi di devoluzione e di istituzionalizzazione dei saperi matematici.

La prima e la seconda ipotesi riguardano il fenomeno noto della tendenza, della *posizione insegnante*, ad “ottenere immediatamente la risposta corretta” (Polo, 2002); tendenza che è stata confermata dall’osservazione e dall’analisi di alcune registrazioni audio delle discussioni di classe del secondo contesto del nostro studio di caso. I documenti prodotti dagli insegnanti relativi alla previsione della gestione dell’attività hanno confermato in particolare che nel prevedere lo svolgimento dell’attività l’insegnante raramente prende in considerazione consapevolmente più strategie possibili di risoluzione di un problema e le modalità a priori individuabili di domande potenzialmente atte a favorire l’evoluzione del processo di devoluzione, in relazione a errori o risposte parzialmente corrette. Ciò si rivela come una delle concause principali relative alla conferma della terza ipotesi.

Dal punto di vista dell’inserimento di attività di problem solving (anche legate alle gare) nella programmazione annuale del singolo insegnante abbiamo avuto conferma della rigidità che il sistema didattico rivela rispetto al cambiamento; a detta di molti insegnanti, il “poco tempo” non rende possibile un inserimento organico e stabile di attività laboratoriali. Tale pratica viene percepita, oltre che come un aggravio di lavoro, come ostacolo agli “impegni prescrittivi dei programmi da svolgere”. Questo atteggiamento pervade la pratica degli insegnanti in tutte le attività sperimentali e di innovazione ed è spiegabile con l’innegabile impegno e tempo che qualunque cambiamento richiede. Riteniamo però anche che affinché i cambiamenti auspicati diventino patrimonio delle pratiche scolastiche abituali e si diffondano presso tutti gli insegnanti siano necessarie anche modifiche riguardanti aspetti organizzativi e di gestione di sistema della scuola che spesso non sono considerati come rilevanti ed invece possono far arenare o impedire l’innovazione.

## 6. Conclusione

Abbiamo identificato e definito il “clima di laboratorio” come variabile fondamentale della messa in opera di ambienti di apprendimento significativi e potenzialmente atti a costruire competenze matematiche e di problem solving. La ricerca ha lasciato aperto il problema dell’identificazione di condizioni di riproducibilità delle pratiche sperimentate. Ovviamente altre competenze trasversali e personali entrano in gioco in questa tipologia di attività. Non le abbiamo prese in considerazione, né abbiamo affrontato la questione della valutazione che pure è una delle questioni vive e pressanti per tutti i settori di ricerca che si interessano al Sistema Scuola. Ciò richiederebbe il superamento di una visione dell’innovazione come collegata esclusivamente alle pratiche innovative dei contenuti disciplinari e delle metodologie. È indi-

---

<sup>27</sup> Nella formulazione abbiamo preso in considerazione la posizione insegnante, ma le ipotesi e le analisi potrebbero essere esplicitate in termini di sistema didattico.

spensabile, infatti, considerare la necessità della costruzione di un'attitudine all'azione in processi di innovazione di sistema, cioè un'attitudine al monitoraggio e alla valutazione anche di aspetti di organizzazione e gestionali del Sistema Scuola. Nell'ottica del miglioramento si tratta, quindi, di una presa di consapevolezza individuale ma anche istituzionale della necessità di individuare buone pratiche, argomentandone l'efficacia, rispetto agli obiettivi dell'innovazione. Ciò può e deve comportare anche il rigetto di ipotesi di lavoro o di modalità di innovazione rivelatesi inefficaci, ma soprattutto un concorso di ambiti di ricerca nell'ottica dello studio di sistemi complessi.

## 7. Bibliografia

Agrati, S. L. (2013). Contenuti digitali e pratica di insegnamento. Lo studio di caso di un repository di scuola superiore di II grado. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, Vol. 9, n. 13, pp. 195-213.

Albano, G., Faggiano, E., Mammana, M. F. (2013). A tetrahedron to model e-learning Mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, pp. 429-436.

Bartolini Bussi M.G., *Ricerca in didattica della matematica: alcuni studi italiani*. Bollettino U.M.I., La Matematica nella Società e nella Cultura, Serie VIII, Vol. IV-A, 2001, 117-150.

Bartolini Bussi, M. G., Mariotti, M. A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, Treviso, CRDM, vol. 32, sez. A-B, pp. 270-294.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Calmette, B., Matheron, Y. (sous la coordination de) (2015). Les démarches d'investigation et leurs déclinaisons en mathématiques, physique, sciences de la vie et de la Terre. *Recherche en Education*, 1, <http://www.recherches-en-education.net>.

Chevallard, Y. (1995). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2011). *Les problématiques de la recherche en didactique à la lumière de la TAD*, Texte d'un exposé réalisé le 28 janvier 2011 dans le cadre du Séminaire de l'ACADIS (ADEF, Marseille), [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=208](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=208).

Da Re, F. (2013). *La didattica per competenze. Apprendere competenze, descriverle, valutarle*. Milano-Torino: Pearson Italia, <http://lineadidattica.altervista.org/files/LA-DIDATTICA-PER-COMPETENZE.pdf>.

De Bartolomeis, F. (1978). *Sistema dei laboratori, per una scuola nuova necessaria e possibile*. Milano: Feltrinelli.

Giacardi, L. (2011). *L'emergere dell'idea di laboratorio di Matematica agli inizi del Novecento*, DI. FI. MA. 2011, pp. 2-13, [http://www.umi-ciim.it/wp-content/uploads/2013/11/P0-3\\_GiacardiDIFIMACORRlivia.pdf](http://www.umi-ciim.it/wp-content/uploads/2013/11/P0-3_GiacardiDIFIMACORRlivia.pdf).

Giacardi, L. (2016). "Lavorare con le mani e con la mente". *Il laboratorio di matematica fra Ottocento e Novecento, L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*, Vol. 39 A-B, n. 5, pp. 517-550, Novembre-Dicembre, Centro Morin, Paderno del Grappa.

Hannula, M., Evans, J., Philippou, G., Zan, R. (coordinators) (2004). *Affect in mathematics education – exploring theoretical frameworks. Proceedings of PME 28*, (Bergen, NW), vol.1, 107-136.

Kline, M. (1976). *La matematica nella cultura occidentale*. Milano: Feltrinelli.

Lai, S., Polo, M. (2012). Construction d'une culture scientifique pour tous: engagement de l'enseignant et de l'élève dans la rupture de pratiques habituelles. In Dorier, J.-L., Coutat, S. (Eds.). *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT9, pp. 1213-1226).

Maass, K., Artigue, M., et al. (Eds.) (2013). *Implementation of Inquiry-Based Learning in Day-to-Day Teaching*. Springer International Publishing, Volume 45, Issue 6, November 2013.

Materiali UMI-CIIM (2003), *Matematica 2003*, <http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim>.

Milia, L., Polo, M. (2017). *Trasversalità dell'educazione linguistica e dell'educazione matematica in un curriculum verticale. Studio di caso sulla fissità funzionale del lessico*. In F. De Renzo, M. E. Piemontese (a cura di), *Educazione Linguistica e apprendimento/insegnamento delle discipline Matematico-Scientifiche*. Roma: Aracne, pp. 253-271.

Minati, G. (2004). *Teoria generale dei sistemi, Sistemica, Emergenza: un'introduzione*. Milano: Polimetrica.

Ouvrier-Buffet, C., Bosdeveix, R., De Hosson, C. (2016). *Inquiry-Based Education (IBE): Towards an Analysing Tool to Characterise and Analyse Inquiry Processes in Mathematics and Natural Sciences* In B.R. Hodgson, A. Kuzniak, & J.-B. Lagrange (Eds.). *The Didactics of Mathematics: Approaches and Issues. A Hommage to Michèle Artigue* (pp.191-217). New York: Springer.

Pellerey M. (1998). *L'agire educativo. La pratica pedagogica tra modernità e postmodernità*. Roma: LAS..

Pellerey, M. (2011). L'approccio per competenze è un pericolo per l'educazione scolastica?. *Scuola Democratica*, Nuova serie, 2, 37-54, [http://pellerey.unisal.it/sd\\_l\\_approcc\\_un\\_pericolo.pdf](http://pellerey.unisal.it/sd_l_approcc_un_pericolo.pdf).

Pellerey, M. (2015). *Le competenze. Che cosa sono, L'insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate*, Vol.38 A-B, n. 5, pp. 517-534, Novembre-Dicembre, Centro Morin, Paderno del Grappa.

Pezzano, T. (2013). La scuola laboratorio di John Dewey: la "sperimentazione" dell'individuo per la democrazia. *Nuova Secondaria Ricerca*, n. 2, ottobre 2013.

Polo, M. (2002). Verso un modello di analisi della pratica didattica: il caso di un percorso di insegnamento/apprendimento su contenuti di geometria nella scuola elementare. In Malara N. et al. (a cura di). *Processi innovativi in matematica per la scuola dell'obbligo*. Bologna: Pitagora Editrice, pp. 237-251.

Polo, M. (2017). The Professional Development of Mathematics Teachers: Generality and Specificity. In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, U. Gellert (Eds.). *Mathematics and Technology, Advances in Mathematics Education*. Springer International Publishing, pp. 495-521.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Colin.

Radford, L. (2006). *Comunicazione, apprendimento e formazione dell'io comunitario*. In: *Incontri con la Matematica, Atti del Convegno del ventennale, 3-5 novembre 2006, Castel San Pietro Terme, 2006*, pp. 65-72.

Schoenfeld, A. H., Kilpatrick, J. (2013). *A US perspective on the implementation of inquiry-based learning in mathematics*. *ZDM Mathematics Education*, 2013, 45: 901-909.

Speranza, F. (1998). *Le briciole del banchetto di Omero*. In O. Faracovi, F. Speranza (a cura di). *Federico Enriques. Filosofia e Storia del Pensiero Scientifico*. Livorno: Belforte.

Zan, R. (2016). *I problemi di Matematica. Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Roma: Carocci.

Received November 12, 2017

Revision received December 8, 2017/December 13, 2017

Accepted January 8, 2017