

I Due Pezzi (Quinta primaria)

Contenuti matematici coinvolti nell'attività (acquisiti o da acquisire)

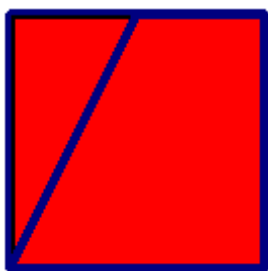
- Numeri naturali e razionali;
- Denominazione e riconoscimento di poligoni secondo proprietà
- Classificazione dei poligoni in concavi e convessi;
- Area, perimetro, equiestensione per somma di parti congruenti, isoperimetria;
- Trasformazioni isometriche;
- Algebra

Indicazioni e note

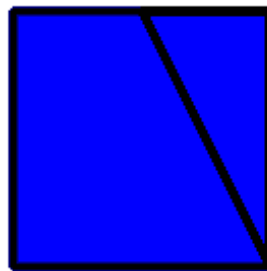
Il modello proposto può essere utilizzato in vari laboratori, con obiettivi diversi. da quelli privilegiati in questa proposta.
Nel resto del documento alcuni di questi contenuti vengono indicati sinteticamente alla voce **collegamento**.

Preparazione dell'attività

L'attività è suddivisa in parti, (comprendenti uno o più obiettivi privilegiati) sviluppate in varie fasi da svolgere in tempi anche diversi, ma accuratamente programmati.



Fronte



retro

Materiale occorrente:

cartoncino di colore diverso fronte/retro, fogli bianchi e matita.

Predisporre per ciascun alunno due pezzi bicolori che formino un quadrato con una faccia dello stesso colore.

Istruzioni per la costruzione dei due pezzi:

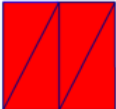
- disegnare un quadrato ABCD di 12 cm di lato
- individuare il punto medio E di DC
- unire A con E
- si ottengono il triangolo rettangolo AED e il trapezio rettangolo ABCE

Ritagliare il quadrato in due pezzi, in modo che l'alunno non conosca la figura di partenza.

I pezzi devono essere disegnati e ritagliati in modo preciso e resistenti alla manipolazione da parte degli alunni

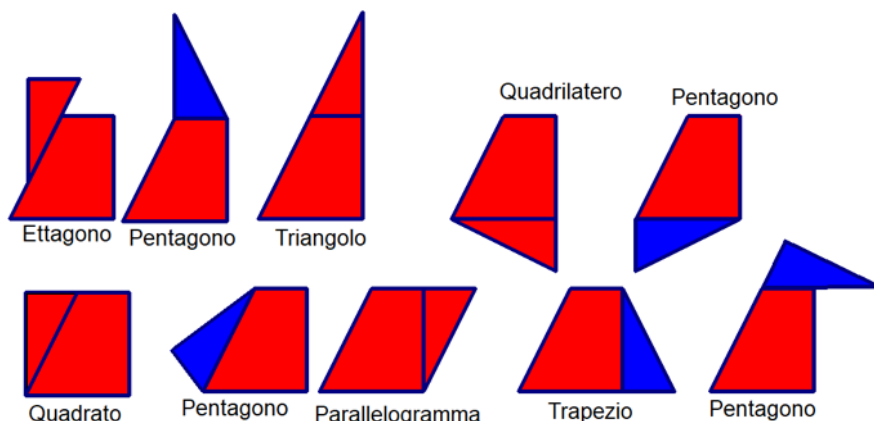
Collegamento: possibile percorso sulle frazioni.

Nel caso in cui, durante l'analisi del modello, gli alunni non individuino le relazioni tra il quadrato, il quadrilatero e il triangolo in termini di parti del tutto, l'insegnante invita gli alunni a trovare **le relazioni tra i due pezzi considerati**, con domande esplicite come:
-Qual è il pezzo più grande (più esteso), rispetto all'area?
-Di quanto è più grande?
-Quale **frazione** è il triangolo rispetto al trapezio? e al quadrato?

<p>Obiettivi privilegiati nell'attività</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Costruzione e descrizione delle figure costruite e loro denominazione 2. Classificazione: poligoni concavi e convessi 3. Equiestensione per somma di parti congruenti e isoperimetria 4. Approssimazione e misura 5. Avvio al calcolo algebrico 6. Le trasformazioni isometriche 	<p>L'attività è suddivisa in parti, (comprendenti uno o più obiettivi privilegiati) sviluppate in varie fasi da svolgere in tempi anche diversi, ma accuratamente programmati.</p>
<p style="text-align: center;">Prima parte</p> <p style="text-align: center;">Obiettivi privilegiati</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Costruzione e descrizione delle figure costruite e loro denominazione 2. Classificazione: poligoni concavi e convessi <p>Fase 1: Analisi del modello - Introduzione all'attività</p> <p>Consegnare a ciascun alunno i due pezzi e invitare la classe ad analizzare ciascun pezzo. Si descrivono e si analizzano le caratteristiche di angoli, lati e dimensioni del triangolo e del trapezio; la descrizione in termini di definizione può essere omessa in questa fase (la definizione dei poligoni coinvolti può essere prerequisito o sviluppata successivamente)</p> <p>Fase 2: Lavoro individuale</p> <p>costruzione e descrizione delle figure ottenute e loro denominazione</p> <p>Consegne verbali da parte dell'insegnante (o scritte nella LIM):</p> <p><i>"Costruite figure a piacere, rispettando queste regole: -Usare per ogni figura tutti e due i pezzi. -I pezzi non devono sovrapporsi, ma devono confinare con tutto il lato o con una parte del lato.</i></p> <p>Dopo varie costruzioni, l'insegnante distribuisce un foglio a ciascuno e propone:</p> <p><i>Disegnate le figure che vengono composte di volta in volta utilizzando i due pezzi e scrivete il loro nome"</i></p> <p>Fase 3: Lavoro collettivo</p> <p>L'insegnante chiede agli alunni di presentare alla classe le figure ottenute, descrivendole e denominandole. Le figure (solo quelle diverse) sono disegnate sulla LIM (o esposte su un cartellone) in modo da poter essere utilizzate per la fase 4.</p> <p>Si introducono/consolidano termini propri come lati, angoli, poligoni, triangolo, quadrilatero, trapezio, pentagono, ... che verranno sempre utilizzati in altre fasi dell'attività. Anche i poligoni concavi verranno</p>	<p>Nota. Il triangolo è $\frac{1}{3}$ del trapezio e $\frac{1}{4}$ del quadrato.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>se le frazioni non sono state ancora introdotte. si può anche permettere l'uso di termini come "è tre volte più piccolo (o più grande)"</p> <p>L'insegnante controlla che le regole vengano rispettate e che vengano costruiti poligoni sia convessi che concavi.</p> <p>L'insegnante si accerta che vengano costruiti tutti i poligoni convessi; nel caso in cui non sia costruito alcun poligono concavo ne propone uno e chiede di verificare che sia una figura che "rispetta le regole di costruzione" e chiede di denominarla.</p> <p>L'introduzione condivisa della denominazione corretta non deve necessariamente, in questa fase, comportare un approfondimento delle proprietà dei quadrilateri e dei triangoli.</p>

denominati contando il numero dei lati (pentagono, esagono, ...), senza altre considerazioni (in questa fase).

Alcuni poligoni costruibili



Conclusione (rispetto all'obiettivo 1).

Con i due pezzi a disposizione, sono stati costruiti i seguenti poligoni: **un triangolo rettangolo, un quadrilatero, un quadrato, un parallelogramma, un trapezio, quattro pentagoni, ettagono, ...** (non è opportuno, in questa fase, sottolineare che alcuni poligoni sono stati costruiti ribaltando uno dei pezzi)

Fase 4: Lavoro collettivo

Classificazione dei poligoni costruiti in concavi e convessi

L'insegnante pone alla classe domande stimolo:

- Possiamo chiamare poligoni tutte le figure costruite? Perché? (richiamando così una definizione di poligono)
- Possiamo quindi affermare che tutte le figure appartengono all'insieme **poligoni**?
- Possiamo formare sottoinsiemi?

Si raccolgono tutte le risposte.

Per arrivare alla classificazione dei poligoni in concavi e convessi, l'insegnante può proporre di:

- disegnare due punti interni a tutti i poligoni e il segmento che li unisce.
- raggruppare in uno stesso sottoinsieme quei poligoni il cui segmento che unisce i due punti rimane sempre formato da punti interni alla figura e in un altro sottoinsieme i poligoni il cui segmento che unisce i due punti non sempre è formato da soli punti interni.

Conclusione e Istituzionalizzazione rispetto all'obiettivo 2.

Nell'insieme dei poligoni costruiti si possono formare due sottoinsiemi: Poligoni concavi e poligoni convessi.

Considerando anche il ribaltamento del triangolo, sono costruibili tutti e solo i seguenti **poligoni convessi**:

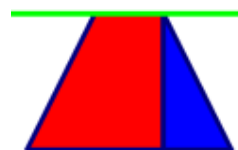
- un triangolo (rettangolo)
- un quadrilatero
- un quadrato,
- un parallelogramma,
- un trapezio isoscele;
- due pentagoni.

Sono costruibili infiniti poligoni concavi.

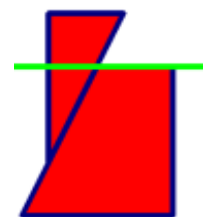
Sono accettabili più definizioni di poligono concavo e convesso.

Es:

Poligoni convessi: situati dalla stessa parte rispetto alla retta di ciascuno dei suoi lati.



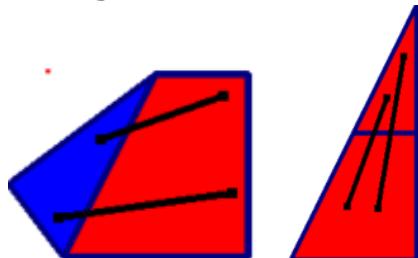
Poligoni concavi: rimangono divisi in due regioni chiuse dalla retta di almeno uno dei suoi lati.



Un poligono è **convesso** se l'ampiezza di ciascun angolo interno è minore di 180° ; è **concavo** se almeno un angolo interno ha l'ampiezza maggiore di 180° .

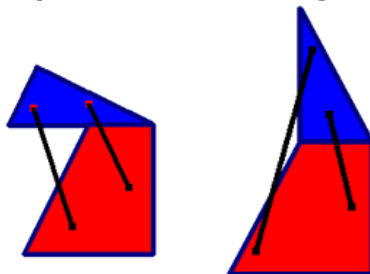
Comunque presi due punti interni al poligono:

se il segmento che li unisce è formato da punti interni alla figura.



I poligono è convesso

se il segmento che li unisce non sempre è formato da soli punti interni alla figura



il poligono è concavo

Seconda parte

Obiettivo privilegiato:

3. Equiestensione per somma di parti congruenti e isoperimetria

Fase 1: Lavoro individuale

- Consegnare la [Scheda 1](#) invitando gli alunni a non servirsi di strumenti di misura convenzionali.
- Invitare a **confrontare** i poligoni ottenuti rispetto all'area e al perimetro e a giustificare le risposte.

Fase 2: Lavoro di gruppo

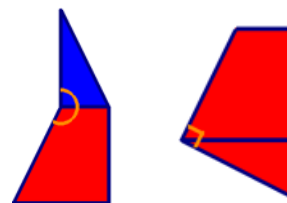
Gli studenti si confrontano sulle soluzioni comuni e le strategie utilizzate e discutono tra loro. L'insegnante funge da regista della situazione, si limita a fare domande stimolo, ad **osservare** gli interventi degli alunni **all'interno del gruppo** per cogliere **elementi significativi da utilizzare durante la discussione di classe**.

L'insegnante **interviene soltanto** per far superare le difficoltà su contenuti che l'alunno dovrebbe **già possedere**

Fase 3: Discussione di classe

I rappresentanti dei gruppi presentano alla classe le varie procedure prodotte servendosi anche dei modelli materiali. Se gli alunni non hanno effettuato spontaneamente il confronto per sovrapposizione, l'insegnante invita gli alunni ad intervenire con argomentazioni idonee e chiare per mezzo di domande stimolo come le seguenti:

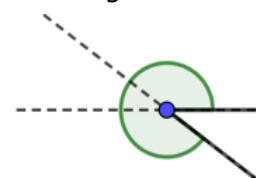
-Come sono le aree confrontate?



Collegamento:

in questa occasione si può riprendere il significato di angolo **convesso** e angolo **concavo**:

- un angolo che contiene il prolungamento dei propri lati prende il nome di angolo concavo;
- un angolo che non contiene il prolungamento dei propri lati prende il nome di angolo convesso



Soltanto dopo un'analisi dettagliata dei due pezzi si può procedere ad affrontare contemporaneamente l'equiestensione e l'isoperimetria anche per favorire il superamento del conflitto concettuale

Prima di chiedere di confrontare i poligoni sarebbe opportuno accertarsi che gli alunni conoscano il significato di **confrontare** sollecitandoli ad individuare gli elementi necessari per operare un confronto, in questo caso, rispetto all'area e al perimetro.

Si sottolinea che la sovrapposizione è una dimostrazione concreta della congruenza.

Se l'insegnante suggerisce anche implicitamente il ricorso alla sovrapposizione, rischia di chiudere in modo prematuro la

Ci si aspetta che, senza difficoltà tutti i gruppi rispondono che sono tutte uguali

-Come sono i perimetri confrontati?

-Quale strategia utilizzate per il confronto dei perimetri?

Nel caso in cui gli alunni trovino difficoltà ad indicare un metodo valido per trovare il perimetro senza usare la misura l'insegnante interviene con domande opportune stimolando, per esempio, i ragazzi a confrontare le lunghezze dei lati del trapezio con quelle dei lati del triangolo anche con la sovrapposizione.

Durante la **discussione** l'insegnante deve intervenire come mediatore tra tutte le diverse risposte e strategie individuate dai gruppi, al fine di condurre gli alunni ad argomentare il perché delle risposte.

Conclusione e istituzionalizzazione rispetto all'obiettivo 3.

Le aree del triangolo e del quadrato, parallelogramma e trapezio sono uguali perché somma di parti congruenti. Si può verificare sovrapponendo il triangolo e il trapezio rettangolo.

I perimetri confrontati non sono tutti uguali perché ciascun perimetro è somma di segmenti diversi. Si può verificare accostando i lati del contorno dell'uno e dell'altro poligono costruiti.

(ad esempio, l'ipotenusa del triangolo non è presente nel perimetro del quadrato)

Terza parte

Obiettivi privilegiato:

4. Approssimazione e misura

Fase 1: Lavoro individuale

Disponendo dei due pezzi di uguali dimensioni per tutti, si propone alla classe di **trovare, mediante il calcolo, area e perimetro di alcuni dei poligoni costruiti.** Si potranno così confrontare e anche ordinare.

L'insegnante consegna la [Scheda 2](#), e successivamente [Scheda 3](#), che chiedono di misurare in cm i perimetri dei poligoni illustrati e l'area.

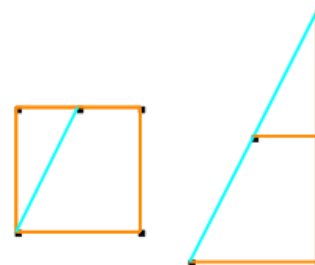
Ciascun alunno è invitato a misurare con righello o squadretta (in cm) lo stesso lato dei singoli pezzi in cartoncino.

problematicità delle situazioni affrontate, impedendo la costruzione personale della nuova conoscenza.

Collegamento utile come avvio all'algebra

Colorare i lati che hanno la stessa lunghezza con lo stesso colore.

Può anche avendoli già predisposti, mostrare i poligoni costruiti con i lati di diverso colore, facendo fissare l'attenzione sul colore dei lati per poi indurre gli allievi a denominare tali lati in funzione del colore e trovare, così, un'espressione per ottenere i perimetri dei poligoni costruiti. Questo può essere un avvio alla formalizzazione partendo da una situazione vissuta e giustificata.



Per la primaria il confronto è stato effettuato fra, parallelogramma e triangolo rettangolo.

Per rendere possibile il confronto e l'ordinamento, se le misure risultano diverse, anche per millimetri, si concorda un'unica misura - **espressa in numero intero o in numero decimale.**

Si registrano (nella Scheda consegnata) sul disegno di ciascun pezzo corrispondente le misure concordate in tutti i poligoni da confrontare.

Per i calcoli verranno richiamati dagli stessi alunni i metodi consueti, naturalmente con l'uso dei numeri. Alla fine del lavoro, i risultati vengono comunicati alla classe.

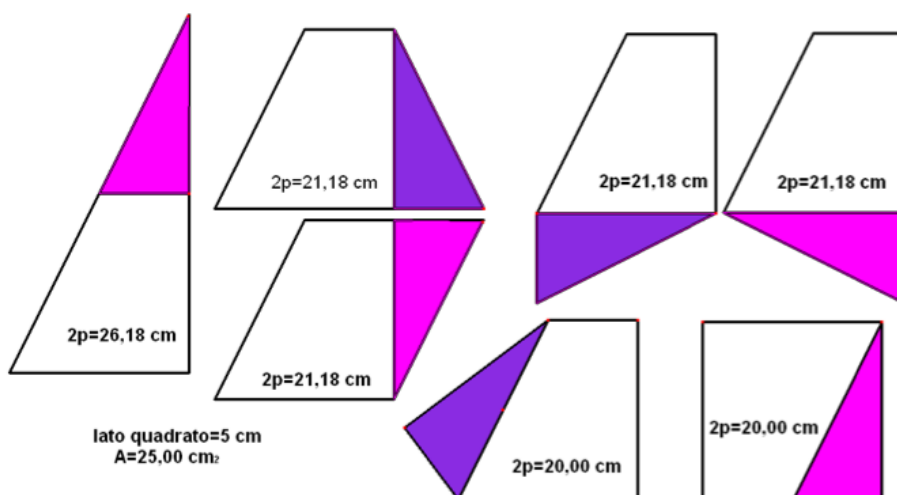
Fase 2: lavoro collettivo

Durante la **discussione** che segue l'insegnante deve intervenire come mediatore tra le diverse risposte e strategie individuate, al fine di condurre gli alunni ad argomentare rispetto all'**ordinamento** dei risultati trovati.

Conclusione e istituzionalizzazione rispetto all'obiettivo 4.

Il quadrato ha perimetro minimo, il triangolo ha il perimetro massimo.

Poligoni isoperimetrici sono: il trapezio e il parallelogramma, il quadrato e il pentagono, quadrilatero e pentagono.



Possiamo dire che tutti poligoni hanno la stessa area.

Pur avendo concordato le dimensioni dei vari pezzi, potranno risultare discrepanze soprattutto per la misura dell'ipotenusa del triangolo.

Collegamento:
approssimazione

I risultati sono stati approssimati alla seconda cifra decimale.

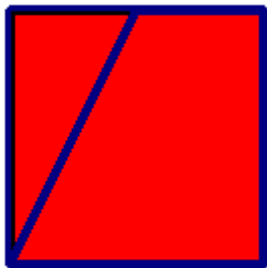
È possibile che gli alunni, anche dopo aver calcolato con le formule le rispettive aree, arrivino alla **conclusione** seguente: *anche se i risultati sono di poco diversi si vede che le aree sono tutte uguali. ma conviene calcolare l'area del quadrato perché è la più facile.*

Quarta parte

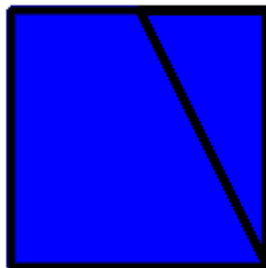
Obiettivo privilegiato nell'attività

5 Le trasformazioni isometriche

È necessario che gli alunni dispongano dei **due pezzi bicolore** fronte/retro.



Fronte



Retro

Fase 1: attività individuale

Si consegnano la **Scheda 3** e i due pezzi

L'insegnante invita ciascun alunno a comporre con i due pezzi il quadrato (come in figura):

Quindi, li invita a muovere lentamente sul piano il triangolo, tenendo fermo il trapezio, sino ad ottenere un triangolo.

Invita, inoltre, gli alunni a verbalizzare, nello spazio apposito della scheda, il movimento o i movimenti necessari per effettuare la trasformazione richiesta.

Fase 2: attività di gruppo

Consegna della **Scheda 3** per il **gruppo**

Gli alunni si confrontano sulle soluzioni trovate e sulle strategie utilizzate discutendo tra loro.

L'insegnante osserva le dinamiche dei gruppi, le relazioni fra pari, la discussione e il confronto. Si accerta che i movimenti vengano effettuati correttamente e, se necessario stimola i ragazzi a confrontare le lunghezze dei lati del trapezio rettangolo con quelle dei lati del triangolo, per capire quali sono quelli da far combaciare. Nel caso constati che il gruppo trovi difficoltà li invita a scrivere solo la procedura utilizzata per ottenere il poligono richiesto rimandando al momento della discussione a denominare correttamente gli elementi essenziali (**caratteristici**) dato che ancora non li conoscono.

Fase 3: Discussione di classe

Il docente ritira la scheda dei vari gruppi.

I rappresentanti mostrano alla classe la procedura utilizzata servendosi anche dei modelli materiali. Il docente puntualizza in questo momento la terminologia specifica e fa emergere gli elementi fondamentali del

L'insegnante propone in laboratori diversi le tre trasformazioni isometriche:

Rotazione
Traslazione
Simmetria assiale

Collegamento

L'insegnante può proporre le schede delle **Trasformazioni** ponendosi più obiettivi:
-far consolidare il concetto di equiestensione per somma di parti congruenti
-introdurre le trasformazioni e i loro elementi caratteristici
-offrire un mezzo valido di dimostrazione
-far costruire congetture e argomentazione.

In un primo approccio, gli alunni sono liberi di effettuare i movimenti spontaneamente.

Nella Fase 3, con la guida della scheda, si inducono gli alunni a effettuare *movimenti consapevoli*, a denominarli e a registrarli, precisandone gli elementi caratteristici.

Applicando al triangolo i movimenti caratteristici descritti, si ottengono un triangolo rettangolo, un parallelogramma, un trapezio isoscele

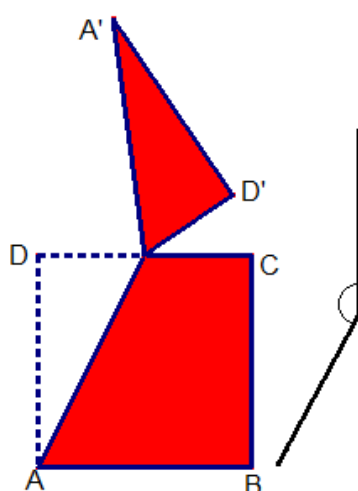
movimento (centro di rotazione, ampiezza dell'angolo e senso di rotazione) anche con GeoGebra utilizzando la LIM. Farà notare come cambiando il centro di rotazione o l'ampiezza dell'angolo il triangolo assumerà una posizione diversa.

In seguito alla discussione riconsegna ai vari gruppi la stessa scheda da compilare utilizzando la terminologia specifica (come verifica della comprensione)

Conclusione e Istituzionalizzazione

(tenendo conto degli interventi degli alunni)

Per ottenere il triangolo si effettua una **rotazione**

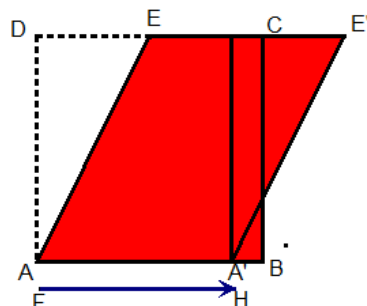


Si consegna la [Scheda 4](#)

Si procede allo stesso modo come nelle tre fasi precedenti (fasi 1,2,3).

Istituzionalizzazione

Per ottenere il parallelogramma si effettua una **traslazione**



Si consegna la [Scheda 5](#)

Istituzionalizzazione

Per ottenere il trapezio si effettuano due movimenti: una **traslazione del triangolo AED** e una successiva **simmetria assiale del triangolo traslato**

Collegamenti

Un **software di geometria dinamica** può essere utilizzato per rinforzare e consolidare l'esperienza con il modello manipolabile

Si riportano di seguito i movimenti realizzati col software GeoGebra dopo aver costruito il quadrato, distinto nelle due parti.

Per ottenere il **triangolo rettangolo** si effettua una **Rotazione**

Elementi caratteristici della **Rotazione**

Triangolo: AED,
centro di rotazione: E
angolo di rotazione: 180°

senso di rotazione:

orario, ma in questo caso anche antiorario in quanto l'ampiezza dell'angolo è 180°.

Per ottenere il *parallelogramma*

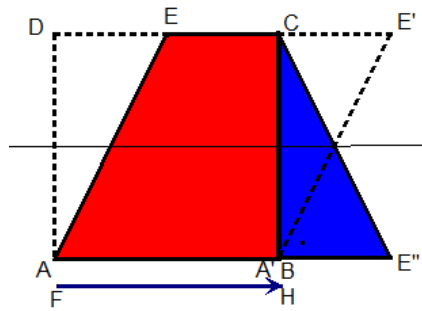
Si effettua una **TRASLAZIONE**

Elementi caratteristici della **traslazione:**

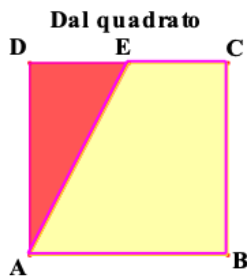
Triangolo: AED,
Vettore: FH di lunghezza uguale al lato del quadrato AB,

direzione quella del lato del quadrato AB

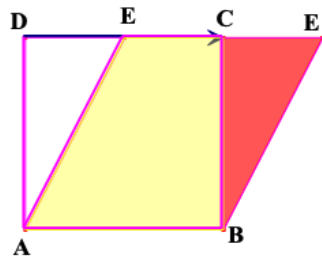
verso: da sinistra a destra.



Per ottenere il *trapezio*
 Si effettua una
TRASLAZIONE e una
SIMMETRIA ASSIALE
 Elementi caratteristici
 della simmetria assiale
simmetria assiale:
Triangolo A'E'D',
asse I perpendicolare al
lato del quadrato BC nel
suo punto medio.

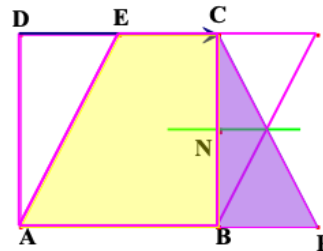


al parallelogramma

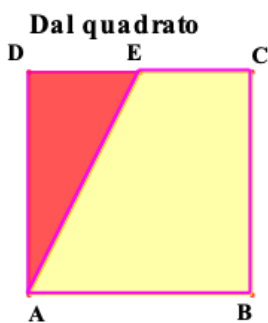


traslazione
 oggetto:
 triangolo AED
 vettore:
 DC

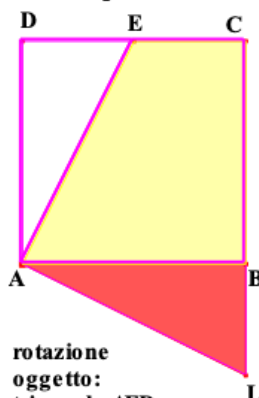
al trapezio



simmetria assiale
 oggetto:
 triangolo CBE'
 asse di simmetria:
 perpendicolare a CB, per il suo
 punto medio N

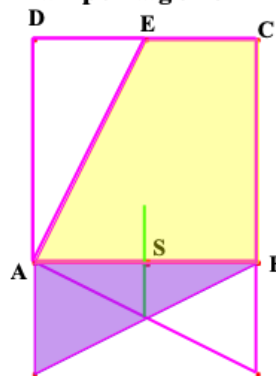


al quadrilatero



rotazione
 oggetto:
 triangolo AED
 centro di rotazione: A
 angolo ampiezza: 270°

al pentagono



Q simmetria assiale
 oggetto:
 triangolo ABL
 asse di simmetria:
 perpendicolare ad AB,
 per il suo punto medio S