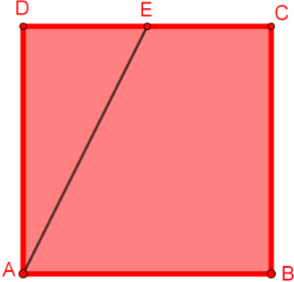
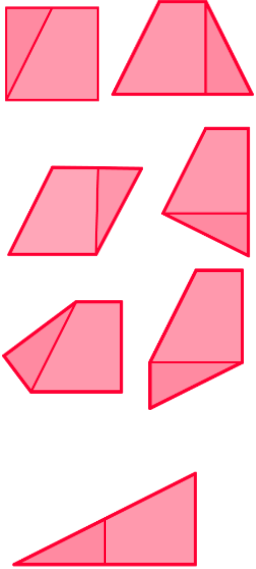


## I Due Pezzi (4<sup>a</sup> primaria)

<p><b>Contenuti matematici</b>                      Numeri naturali e razionali;                      Poligoni e loro proprietà;                      Classificazione dei poligoni in concavi e convessi;                      Area, equiestensione per somma di parti congruenti                      Perimetro, isoperimetria.</p>	<p><b>Indicazioni e note</b>                      Il modello manipolabile proposto può essere utilizzato in diversi laboratori, con obiettivi diversi.</p>
<p><b>Materiale occorrente. Modello manipolabile</b></p>  <p><b>Istruzioni per la costruzione dei due pezzi</b> (per l'insegnante):                      costruire un quadrato -come in figura-ABCD di 12 cm di lato (con cartoncino, o altri materiali)                      - individuare il punto medio E di DC                      - unire A con E                      - si ottengono il triangolo rettangolo AED e il trapezio rettangolo ABCE</p> <p>Ritagliare ciascun quadrato in due pezzi, in modo che l'alunno non conosca il quadrato di partenza.</p> <p><b>Per ciascun alunno</b> predisporre</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- coppie di <b>due pezzi</b> (in cartoncino dello stesso colore fronte/retro);</li> <li>- fogli bianchi, matita e pennarello</li> </ul>	<p>I pezzi devono essere disegnati e ritagliati in modo preciso e resistenti alla manipolazione da parte dei bambini</p>
<p>Rispettando la seguente regola:</p> <p><b>"Per comporre ogni poligono, si devono utilizzare tutti i pezzi a disposizione, farli confinare con tutto il lato o almeno una parte del lato, senza sovrapporli"</b></p> <p>si possono costruire infiniti poligoni concavi e i seguenti poligoni convessi:                      Quadrato - Triangolo – Parallelogramma                      Quadrilatero-Trapezio-Pentagoni</p>	

<p><b>Obiettivi privilegiati nell'attività</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. riconoscimento, denominazione e confronto di figure piane (triangoli e quadrilateri)</li> <li>2. Intuizione dell'equiestensione per somma di parti congruenti.</li> <li>3. classificazione dei poligoni (concavi e convessi)</li> <li>4. Approccio all'isoperimetria</li> </ol>	<p>L'attività è suddivisa in quattro parti, (una per ciascuno degli obiettivi privilegiati) suddivise in varie fasi da svolgere in tempi anche diversi, ma accuratamente programmati.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Descrizione dell'attività</b></p> <p><b>Parte 1. Analisi dei pezzi e introduzione all'attività</b></p> <p><b>Fase 1: lavoro collettivo. Confronto dei pezzi</b></p> <p>L'insegnante invita i bambini a verificare quanti sono e come sono i propri pezzi tra loro e rispetto a quelli dei compagni vicini.</p> <p>Quindi sollecita i bambini a riconoscere la forma di ciascun pezzo e fa confrontare il pezzo triangolare con il quadrilatero, chiedendo differenze e somiglianze.</p> <p>Risposte attese: <i>"I pezzi sono due: un triangolo e uno di quattro lati"</i> <i>"I miei Sono di colore diverso da quelli di Marco"</i> <i>"Sono della stessa grandezza"</i> <i>"Sono uguali a quelli di Serena" ...</i></p> <p style="text-align: center;"><b>Conclusione e istituzionalizzazione rispetto all'obiettivo 1.</b></p> <p><b>Ogni bambino ha due pezzi: un triangolo e un quadrilatero.</b></p> <p><b>I due pezzi di ogni bambino sono uguali (congruenti) ai due pezzi dei compagni.</b></p> <p><i>L'introduzione condivisa della denominazione corretta <b>non</b> deve necessariamente comportare uno sviluppo completo, a questo livello, delle proprietà dei quadrilateri.</i></p>	<p>I bambini probabilmente useranno spontaneamente il confronto per sovrapposizione.</p> <p>In questo momento è opportuno rinforzare/introdurre termini specifici come <b>lato, confine, regione</b>, maggiore, minore, congruente, <b>triangolo, quadrilatero</b>.</p> <p>Si incentiva l'abitudine ad utilizzarli anche nelle discussioni successive.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Parte 2. Intuizione dell'equiestensione</b></p> <p><b>Fase 2: Lavoro individuale</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Costruzione di poligoni per manipolazione</b></p> <p>Consegnare a ciascun bambino i due pezzi: ciascuno abbia i suoi pezzi colorati dello stesso colore fronte e retro. <b>Fare in modo che compagni vicini di banco abbiano la coppia di pezzi di colore diverso.</b></p> <p>Consegne dell'insegnante:</p> <p><b>-Costruite una figura a piacere, rispettando queste regole:</b></p> <p><b>-Usate tutti e due i pezzi che vi ho consegnato</b></p> <p><b>-I pezzi non devono sovrapporsi, ma devono confinare con tutto il lato o almeno una parte del lato.</b></p>	<p>Le consegne saranno date verbalmente, con chiarezza, accertandosi che tutti gli alunni abbiano capito.</p> <p>L'insegnante controlla che le regole di costruzione vengano rispettate.</p>

**- Adesso, disfatta la prima figura, costruite un'altra figura, con le stesse regole.**

Dopo varie costruzioni, l'insegnante distribuisce un foglio bianco a ciascuno e propone:

- *Costruite, poggiando i pezzi su questo foglio, una figura a piacere, rispettando le regole che conoscete;*

- *Ripassate la sagoma di ciascun pezzo, poi dell'intera figura costruita;*

- *Quindi date un nome alla figura (e scrivetelo).*

Finito il lavoro, tutti gli alunni, a turno, presentano alla classe la figura costruita o la affiggono in parte dell'aula predisposta.

### **Fase 3: Lavoro collettivo**

#### **Confronto delle figure costruite per determinare varianti e invarianti**

##### **Discussione**

È compito dell'insegnante avviare la discussione finalizzata al confronto tra tutte le figure costruite (affisse), con le domande-stimolo:

Domanda: *Osservate tutte le figure che avete costruito; quali differenze notate?*

Risposte attese:

*Hanno colori diversi. Hanno differenze di forma.*

*Certe sono uguali, ma messe in posizioni diverse.*

Domanda: *Osservate tutte le figure che avete costruito; quali somiglianze notate?*

Risposte attese:

*Sono fatte tutte con due pezzi. I due pezzi sono sempre uguali.*

### **Fase 4: Approccio all'equiestensione**

##### **Discussione**

La discussione collettiva deve essere finalizzata alla verifica della **grandezza** utilizzata da ciascuno per il confronto tra le figure.

È compito dell'insegnante far osservare le figure costruite affisse sul cartellone e porre alla classe la domanda:

- *Qual è, secondo voi, la figura più grande? Perché?*

Risposte attese:

Qualche alunno indica e denomina la figura individuata come la più grande e spiega perché:

*Il triangolo, perché è più alto. Il trapezio perché è più largo*

Molti alunni non riconoscono come "più grande" alcuna figura e giustificano la risposta:

Non è impossibile che - nella classe quarta - venga indicata come figura più grande quella che occupa più "spazio" in

**lunghezza** o in **larghezza**: significa che la costruzione della conservazione dell'estensione è ancora in fase di sviluppo.

##### **Collegamento:**

Se diversi alunni osservano che alcune figure sono uguali, ma hanno una diversa posizione, l'insegnante invita i bambini a mostrarlo (prendere un pezzo per volta e a farlo **traslare** e **ruotare sino alla sovrapposizione**).

Chiede quindi cosa è cambiato e cosa non è cambiato dopo le operazioni effettuate (*avvio al*

*riconoscimento della conservazione delle proprietà della figura, invarianti per trasformazioni isometriche*).

Queste (traslazione, simmetria, rotazione) verranno trattate in quinta primaria e nella scuola secondaria.

**Questa verifica non va intesa come valutazione, ma come monitoraggio sulla**

<p><i>Non c'è nessuna più grande, perché sono tutte costruite con pezzi uguali</i></p> <p>In quest'ultimo caso, viene considerata la <b>grandezza "estensione"</b> : quindi si può arrivare al riconoscimento collettivo della equiestensione di tutte le figure.</p> <p style="text-align: center;"><b>Conclusione e istituzionalizzazione rispetto all'obiettivo 2.</b></p> <p><b>Le figure hanno diversi colori, forme, posizioni, ma sono tutte uguali rispetto all'estensione (equiestese) perché sono formate tutte da due pezzi uguali (equiestensione per somma di parti congruenti).</b></p> <p><b><u>Fase 5</u> Verifica individuale dell'equiestensione</b> (senza domanda diretta)</p> <p>L'insegnante invita gli alunni a comporre (dando indicazioni, se necessario) i seguenti poligoni <b>convessi</b>: quadrato, triangolo.</p> <p>Quindi, consegna a ciascun alunno la <a href="#">Scheda 1</a> con il problema da risolvere individualmente. <b>Non interviene in alcun modo durante la risoluzione del problema.</b></p> <p>Finito il lavoro, raccoglie i fogli con gli elaborati e li analizza per verificare l'efficacia dell'attività rispetto alla costruzione dell'equiestensione.</p> <p><b>In altro momento, aprirà la discussione sulle soluzioni, facendo intervenire dapprima gli alunni che non hanno risposto correttamente.</b></p>	<p><b>costruzione dell'equiestensione.</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>Parte 3. Classificazione concavi convessi</b></p> <p><b><u>Fase 1:</u> Lavoro collettivo.</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Riconoscimento delle forme come poligoni.</b></p> <p style="text-align: center;"><b>Classificazione: triangoli, quadrilateri, ...</b></p> <p>L'insegnante distribuisce fogli bianchi e i due pezzi. Invita gli alunni a costruire di nuovo la figura che ciascuno ha incollato sul cartellone, ma chiarendo che dovrà comparire sul foglio <b>solo il contorno</b> della figura, che verrà evidenziato con un pennarello a punta grossa.</p> <p>A lavoro finito, l'insegnante avvierà una discussione che tenderà a far riconoscere le forme, tutte, come appartenenti a un grande <b>insieme: i poligoni</b>. Provare a costruire con gli alunni una definizione di poligono, poi avviare ad una prima classificazione.</p> <p>Alcuni esempi di "domande stimolo" e di risposte possibili:</p>	<p>La "definizione di poligono" richiede - come prerequisito- la distinzione tra linea aperta/ chiusa, regione/confine.</p> <p>La parola "<u>poligono</u>" deriva dal <b>greco</b> πολύς (polys) ("molti") e γωνία (gōnia) ("angolo").</p> <p>Se il termine angolo</p>

Domande:

- Cosa rappresenta la linea contorno di ciascuna delle figure? Che tipo di linea è, come possiamo chiamarla?

Risposte attese: "Rappresenta il confine di ogni figura" "È una linea chiusa" "Una linea spezzata"... "perché è formata da tanti pezzi uniti"...

Domande:

-Se percorrete la linea con un dito, cosa osservate? Seguite sempre la stessa direzione? cosa accade quando si cambia direzione?

Risposte attese: "Quando si cambia direzione si forma un **angolo**"

Domande:

-Adesso, prendete i vostri **due pezzi** e passate il dito sul confine di ogni pezzo: quanti cambi di direzione? Quanti angoli?"

Risposte attese: "Tre, nel triangolo ..." "Quattro, nel quadrilatero"

Domande:

- Siamo d'accordo che queste figure appartengono tutte all'insieme dei poligoni, ma vediamo che hanno caratteristiche diverse.

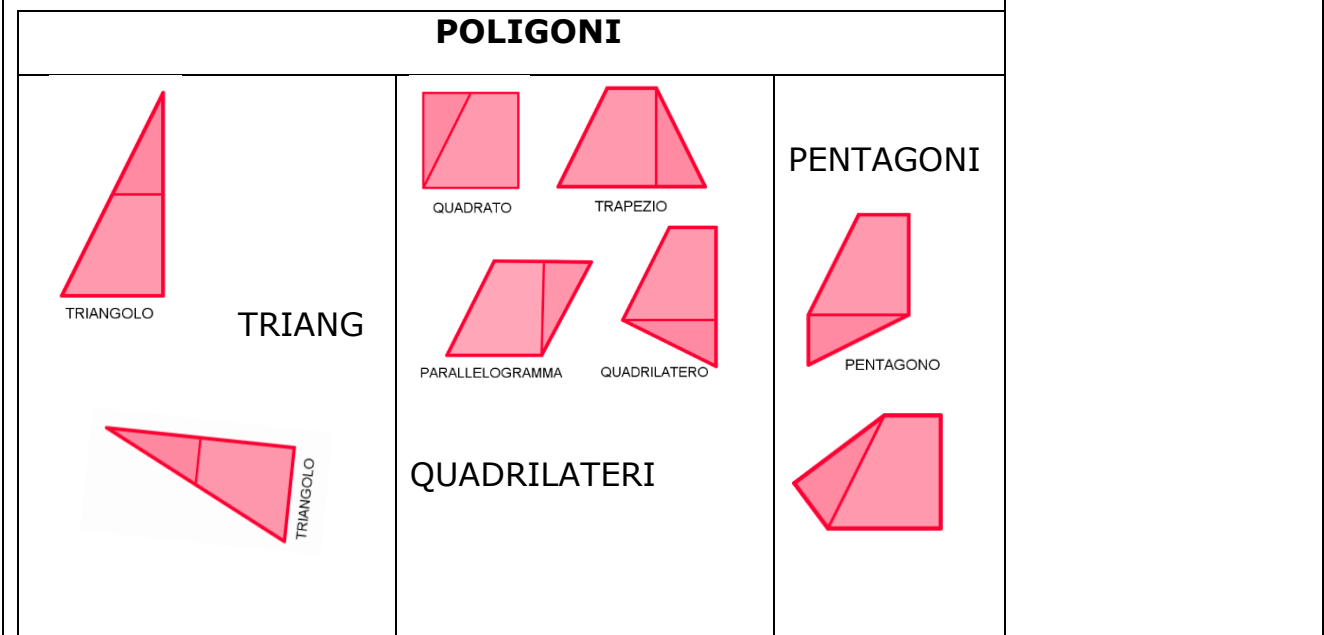
Potremmo formare dei sottoinsiemi?

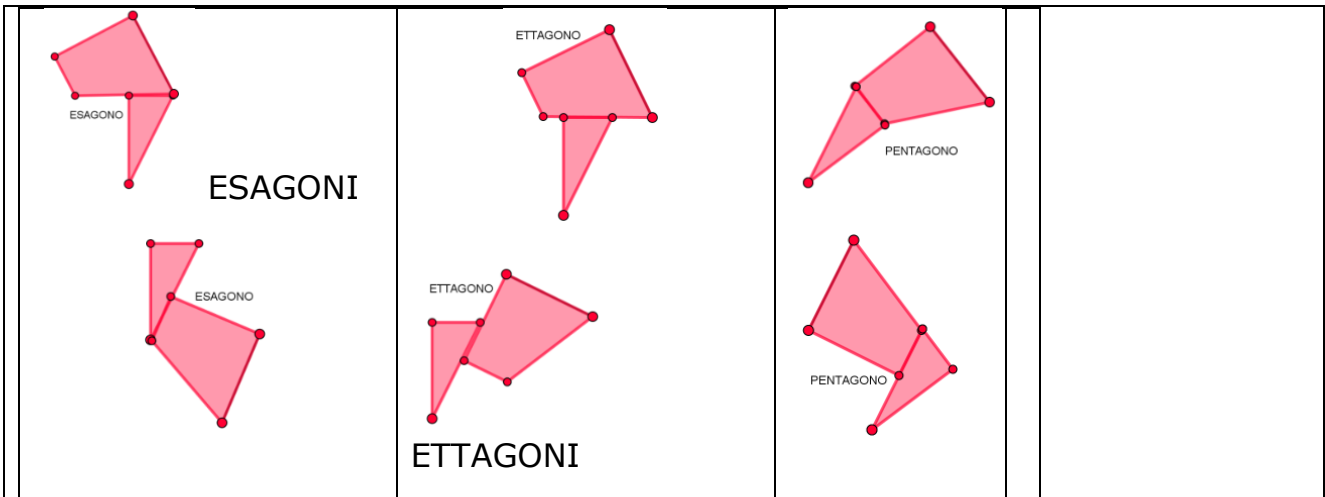
Successivamente, si disegnano le figure del cartellone raggruppate secondo il numero degli angoli, si rinforza il termine *lato*, si denominano i gruppi con una etichetta.

Ad esempio:

non viene spontaneamente utilizzato, sarà l'insegnante a condurre gli alunni a riconoscerlo, curando che la percezione visiva e tattile indichi **l'angolo come parte di piano e non come vertice o lati dell'angolo.**

Questo riportato è soltanto un esempio di classificazione, sia nella forma che nei poligoni utilizzati.





### Conclusione

Ciascuna figura disegnata è **una regione delimitata da una linea spezzata chiusa. In geometria si chiama poligono** (che significa figura che ha molti angoli). **I poligoni che hanno tre angoli e tre lati si chiamano triangoli, i poligoni che hanno quattro angoli e quattro lati si chiamano quadrilateri, i poligoni che hanno cinque ...**

### **Fase 2: Classificazione: poligoni concavi e convessi**

L'insegnante richiama l'attenzione sui poligoni disegnati sul cartellone già utilizzato e dà la consegna:

- *Costruite un quadrilatero e un pentagono;*

Quando le figure sono state costruite, domanda:

- *Passando il dito sul confine di ciascuno dei poligoni, quali differenze*

*osservate, rispetto agli angoli?*

Risposte attese: *"Nel quadrilatero cambio direzione quattro volte; nel pentagono cinque volte"* *"Sì, perché il quadrilatero ha quattro angoli e il pentagono ne ha cinque"*

***"Però nel quadrilatero giro sempre verso destra, invece nel pentagono, giro verso destra, ma una volta giro verso sinistra"***

**L'insegnante invita a verificare su tutti i poligoni costruiti poco prima con i pezzi e su quelli disegnati sul cartellone l'ultima osservazione.**

Propone quindi di classificare i poligoni in due grandi gruppi:

1. quelli il cui confine si percorre in un solo senso;
2. quelli il cui confine si percorre cambiando senso **almeno** una volta (cioè una o più volte).

L'attività può continuare, o essere ripresa, in palestra, dove verranno costruiti sul pavimento, con del nastro adesivo, due grandi poligoni, uno concavo e uno convesso.

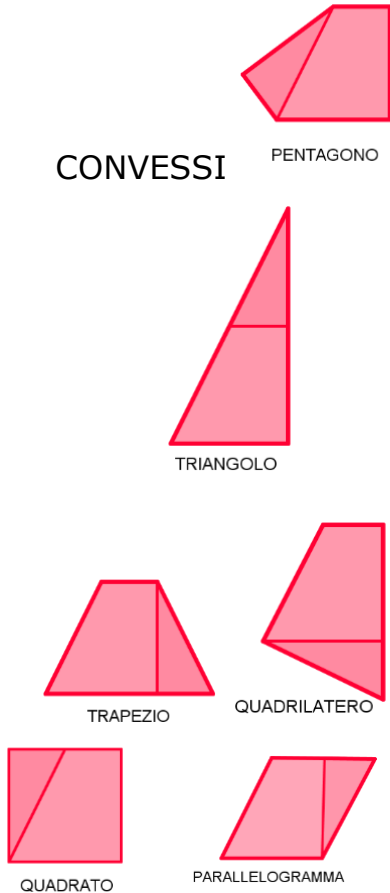
Sarà cura dell'insegnante inserire l'esperienza in uno scenario adeguato e motivante (un percorso, un gioco).

L'insegnante introduce i termini di **convesso e concavo**, per denominare correttamente (secondo la convenzione in geometria) i due gruppi di poligoni.

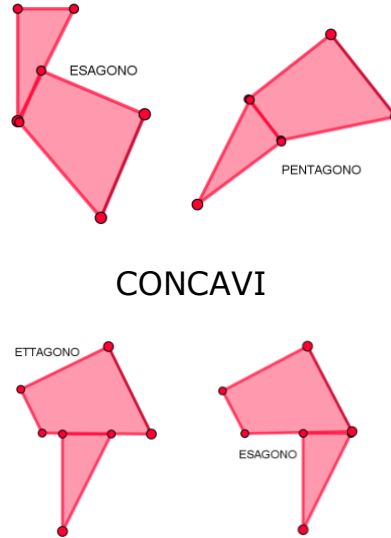
**Altre definizioni, si costruiranno in quinta primaria o nella scuola secondaria.**

**POLIGONI**

**CONVESSI**



**CONCAVI**



**Conclusione e istituzionalizzazione rispetto all'obiettivo 3.**

**I poligoni possono essere convessi oppure concavi.**

Un **poligono è convesso** quando il percorso sul suo confine si svolge ruotando sempre nello stesso senso (orario o antiorario).

Un **poligono è concavo** quando il percorso sul suo confine si svolge cambiando senso almeno una volta.

**Parte 4. Approccio all'isoperimetria.**

**Fase 1: Lavoro per gruppi. Calcolo del perimetro di poligoni**

L'insegnante introduce con una domanda:

*Ormai sappiamo che tutti i poligoni costruiti e costruibili con i due pezzi hanno la stessa area (estensione) per somma di*

Il calcolo del perimetro in questo caso richiede -come prerequisiti- sia la conoscenza che il perimetro è la misura della somma dei lati, sia

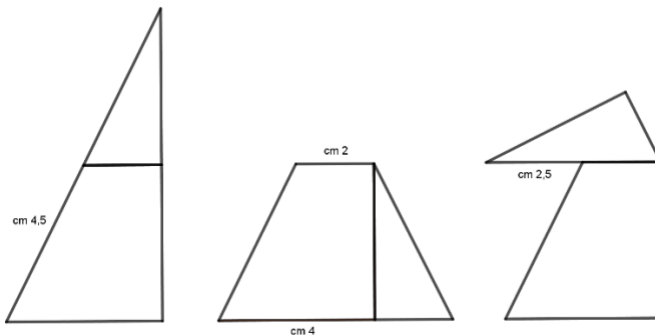
parti congruenti; ma... questi poligoni avranno anche lo stesso perimetro?

Si registrano risposte e congetture e si propone alla classe di **trovare, mediante il calcolo, il perimetro di alcuni dei poligoni costruiti.**

L'insegnante consegna a ciascun gruppo la **Scheda 2**, che chiede di calcolare in cm i perimetri di tre poligoni (due convessi ed uno concavo) e quale poligono ha il perimetro maggiore.

La misura di alcuni lati - **espressa in numero intero o in numero razionale** - è data nel testo. Compito degli alunni ricavare per analogia tutte le misure necessarie a risolvere il problema.

### **Fase 2: Scoperta dell'isoperimetria in alcuni poligoni equiestesi**



L'insegnante, risolto il problema da tutti i gruppi, chiede ai portavoce di comunicare i **perimetri** trovati, li registra alla lavagna e apre la discussione.

Si stabilisce **qual è il perimetro corretto di ciascun poligono**; quindi si comunica e si controlla quale poligono ha il perimetro maggiore.

Si arriva alla seguente

#### **Conclusione e Istituzionalizzazione**

**Sappiamo che i tre poligoni sono equiestesi.**

**Il perimetro del triangolo è 21cm ( $4+4+4+4,5+4,5$ )**

**Il perimetro del trapezio è 17cm ( $4+2+4,5+2+4,5$ )**

**Il perimetro dell'esagono (concavo) è 21cm ( $4+4+2+4+2,5+4,5$ )**

**Quindi due poligoni (triangolo ed esagono) hanno lo stesso perimetro (sono isoperimetrici) e risultano maggiori rispetto al trapezio che ha il perimetro minore.**

**Quindi, i poligoni equiestesi possono essere o non essere isoperimetrici.**

l'abitudine a operare con numeri razionali. Quale poligono ha il perimetro maggiore è la domanda del problema che condurrà alla scoperta dell'isoperimetria in alcuni poligoni equiestesi.

