

PROGRAMMARE EDUCAZIONE MATEMATICA PER QUINTA PRIMARIA E PRIMA SECONDARIA I GRADO

Pietrina Malloci, Annelise Murgia¹

SUNTO

Nel seguente articolo vengono presentati i curricula progettati e sperimentati per le due classi cerniera tra la Scuola Primaria e la Scuola Secondaria di primo grado. Nella seconda parte "l'oggetto da insegnare" si traduce e si concretizza in attività adattabili ad entrambi gli ordini di scuola e al livello cognitivo e psicologico degli alunni. Vengono indicate le strategie utili all'attuazione di un percorso didattico specifico e ripetibile, con opportuni adattamenti alle esigenze della classe. A conclusione si riporta un esempio di trasposizione didattica messa in atto in una classe prima della scuola Secondaria di primo grado.

INTRODUZIONE

Le Indicazioni per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, emanate con DM 254/2012 costituiscono il quadro di riferimento per una progettazione finalizzata all'acquisizione delle competenze da possedere al termine del primo ciclo d'istruzione che comprende la scuola primaria e la secondaria di primo grado. Nell'itinerario formativo è pertanto necessario e fondamentale curare e consolidare le competenze di base indispensabili nel passaggio ai successivi cicli d'istruzione.

Emerge, quindi, la necessità di progettare percorsi didattici in verticale in ambienti d'apprendimento che tengano conto delle esigenze di tutti gli studenti, operando scelte didattiche che comprendano specifiche strategie accattivanti e innovative che mirino alla qualità del sapere coerente con le finalità, gli obiettivi e i traguardi previsti dalle stesse Indicazioni nazionali.

In questo articolo si propone il curricolo progettato e sperimentato negli anni scolastici 2010-2011, 2011-12 e 2012-13, per un approccio alla matematica, nel rispetto delle ultime Indicazioni MIUR e degli studi UMI-CIIM 2001. Il lavoro² è stato realizzato dai formatori del CRSEM con 7 insegnanti di Scuola Primaria e 10 insegnanti di Scuola secondaria di primo grado delle scuole di Cagliari e provincia.

1. PROGETTARE UN CURRICOLO IN CONTINUITÀ

Vengono qui presentati i curricula in continuità per la quinta Primaria e la prima Secondaria di primo grado dove sono indicati il livello scolare, i nuclei tematici e trasversali, gli obiettivi di apprendimento, possibili percorsi e attività.

¹ Centro di Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica - Cagliari – crsem.segreteria@gmail.com

² Ringraziamo tutti gli insegnanti e i bambini delle classi che hanno lavorato con noi in questi anni.

Le attività riportate, si inseriscono un percorso che generalmente si sviluppa nell'arco di un intero anno scolastico, è stato costruito secondo le Indicazioni nazionali del 2012 e sulla base degli studi UMI-CIIM del 2001, tenendo presenti gli "Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta della scuola primaria" e i "Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado".

Il curriculum riporta l'articolazione per mesi adottata con gli insegnanti sperimentatori; ciascuno di loro ha adattato la suddivisione mensile ad esigenze specifiche della propria programmazione, mantenendo invariata la caratteristica fondante della collocazione dei temi in tutti i mesi, che rompe la suddivisione rigida per nuclei tematici. Nello schema al paragrafo 1.1. sono riportati, i Nuclei Tematici, i Nuclei Trasversali e gli obiettivi che riprendono quelli previsti per la fine della scuola Primaria. Il paragrafo 1.2. descrive con analogia scelta Nuclei Tematici e Trasversali adattando alla prima classe, i Traguardi previsti al termine scuola Secondaria di primo grado. Per ciascuna classe viene poi presentato un elenco delle principali attività che sono state realizzate e la collocazione delle fasi di verifica. Il percorso *Dai pentamini agli esami - Dalla scatola aperta alla scatola chiusa*, presentato nel dettaglio al paragrafo 3, si snoda nell'arco di tre mesi e con livelli di approfondimento e di istituzionalizzazione diversi, per la quinta e per la prima.

Le attività di sperimentazione proposte non esauriscono tutti i contenuti indicati nel curriculum ma riguardano i nodi cruciali dello sviluppo delle conoscenze matematiche nel passaggio dalla scuola primaria alla secondaria di primo grado. Esse si configurano come un prototipo di attività finalizzate allo sviluppo di competenze, e sono condotte secondo una modalità laboratoriale.

1.1 Curriculum per l'ultimo anno della Primaria

Ultimo anno scuola Primaria Classe 5 ^a	
SETTEMBRE OTTOBRE	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	- Numeri naturali almeno entro il milione. Denominazioni convenzionali - Ordinamenti sulla retta orientata - Operazioni tra numeri naturali - Proprietà commutativa e associativa di addizione e moltiplicazione; distributiva della moltiplicazione; invariante della sottrazione
SPAZIO E FIGURE	- Figure geometriche piane: poligoni e non poligoni
RELAZIONI DATI E PREVISIONI	- Classificazioni di oggetti, figure geometriche, numeri secondo una o più proprietà comuni - Saper ricavare dati dalla lettura di un grafico
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	- Descrivere oggetti e loro rappresentazioni - Verbalizzare giochi e attività manipolative individuali e di gruppo - Fare congetture sulla misura relativa ad oggetti, operando concretamente, e utilizzare l'unità di misura adeguata per verificare

PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	- Individuare i problemi nelle situazioni di incertezza - Proporre soluzioni possibili a problemi individuati
MISURARE	- Individuare grandezze misurabili, nell'osservazione di oggetti e fenomeni - Unità di misura di grandezze diverse (lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, tempi, masse, valore monetario); equivalenze
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
- Leggere, scrivere e confrontare numeri naturali e rappresentarli sulla retta orientata - Conoscere gli algoritmi delle operazioni con sicurezza, utilizzare diverse strategie di calcolo orale e scritto, anche con uso di strumenti (calcolatrice), se opportuno - Riconoscere, denominare e classificare poligoni secondo lati o angoli - Distinguere grandezze misurabili e classificarle in misure di lunghezza, superficie, volume, ampiezza angoli, peso, capacità, tempo, temperatura e valore (euro)	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
1. Verifica iniziale e attività atte a superare difficoltà emerse 2. Attività sul valore posizionale (anche con uso dell'abaco, BAM, ...) 3. Esercizi di lettura, scrittura, composizione e scomposizione di numeri 4. Costruire abilità di calcolo mentale veloce, applicando le proprietà scoperte e analizzate. <i>Giochi di calcolo</i> 5. Approfondire la conoscenza di poligoni attraverso attività pratiche di costruzione e manipolazione di materiali per distinguerne le parti (cartoncino, stecchette, elastici, ...) 6. Costruire, anche con l'utilizzo di software di geometria dinamica, definizioni ³ di piano, retta, segmento, angolo, e punto. <i>Esercizi con GeoGebra</i> 7. Uso di tabelle e grafici per leggere dati relativi ad un'indagine o ad un fenomeno, per descrivere notizie e trarre informazioni	
NOVEMBRE DICEMBRE	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	- Dai numeri naturali ai numeri interi e ai razionali - Rappresentazione di numeri interi e decimali (su una retta orientata, ...)
SPAZIO E FIGURE	- Poligoni concavi e convessi (quadrilateri e pentagoni) - Perimetro e area; equiestensione e isoperimetria - Riduzioni e ingrandimenti - Piano cartesiano
RELAZIONI DATI E PREVISIONI	- Tabelle e grafici
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	- Comprendere e usare connettivi logici: perché, quindi, dato che - Esplicitare verbalmente o per iscritto congetture (se...allora) - Difendere le proprie congetture nel contraddittorio - Considerare le congetture dei compagni
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	- Individuare in un problema gli obiettivi da raggiungere e metterli in relazione con le informazioni date - Rappresentare il problema in modi diversi: verbali, iconici, grafici

3 Si tratta di un primo riconoscimento degli elementi geometrici fondamentali di cui vengono date le definizioni come punto di arrivo del percorso degli anni precedenti. Proprietà e classificazioni di figure del piano e di solidi sono introdotti nelle classi terza e quarta Primaria; nel curriculum di prima Secondaria le definizioni saranno riprese e gli elementi individuati nei poligoni e nei solidi elementari.

MISURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Compiere confronti diretti e indiretti tra grandezze omogenee, stime e verifiche - Ordinare elementi rispetto a una grandezza - Individuare l'unità di misura adatta per effettuare misure, stime ed equivalenze, allo scopo di risolvere problemi concreti
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Conoscere e utilizzare opportunamente le unità di misura convenzionali - Calcolare perimetri e aree con le misure convenzionali appropriate - Saper distinguere poligoni concavi e convessi e riconoscere le caratteristiche dei poligoni regolari - Individuare angoli interni ed esterni - Distinguere con sicurezza perimetro e area - Confrontare poligoni e scoprire l'equiestensione e l'isoperimetria 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Proporre situazioni (giochi in cui il punteggio alla fine sia inferiore a zero; insufficiente denaro per un acquisto ..., altre situazioni in cui si debba determinare il risultato di una sottrazione col minuendo minore del sottraendo) per l'estensione dell'insieme dei numeri naturali a quello dei numeri interi 2. Proporre situazioni di divisione con resto, che inducano ad una riflessione sui numeri razionali 3. Giochi di puzzle a tre o più pezzi per scoprire poligoni concavi e convessi, equiestensione, isoperimetria⁴ (<i>I due pezzi</i>) 4. Problemi con domande aperte per individuare e discutere su eventuale "confusione" tra perimetro e area (confine, bordo, superficie interna); registrare i dati con grafici e tabelle a vantaggio della risoluzione 	
GENNAIO FEBBRAIO	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	<ul style="list-style-type: none"> - Multipli e divisori - Unità di misura convenzionali e strumenti convenzionali - Regolarità - Attività sulle potenze di un numero basate su situazioni reali e come riflessione sul nostro sistema numerico
SPAZIO E FIGURE	<ul style="list-style-type: none"> - Angoli: vertice e lati; "definizione" e classificazione - Trasformazioni geometriche (simmetria, traslazione, rotazione)
RELAZIONI DATI E PREVISIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Relazioni tra elementi numerici e non di una sequenza, o di una tabella a doppia entrata
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Ricercare analogie, induzioni e generalizzazioni nelle esperienze di apprendimento manipolativo e nelle esplorazioni per mezzo di software di geometria dinamica - Riconoscere le premesse in un discorso argomentativo ed esprimere deduzioni logiche rispetto alle premesse

⁴ Una prima descrizione del percorso si trova in Mallocci, Montis, Polo, 2003.

PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	- Determinare in un problema eventuali informazioni mancanti - Ricercare strategie di soluzione e verbalizzarle - Organizzare risposte e spiegazioni
MISURARE	- Conoscere il sistema monetario europeo e saperlo utilizzare nella pratica - Utilizzare strumenti appropriati per misurare lunghezze, angoli, masse, liquidi, tempo
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Individuare multipli e divisori - Saper misurare grandezze con l'uso di strumenti convenzionali adeguati - Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza - Stimare il risultato di un'operazione - Riconoscere, ed applicare semplici trasformazioni isometriche, con materiale concreto e con l'utilizzo di strumenti adeguati, anche software di geometria dinamica - Osservazione di tabelle e sequenze, numeriche e non, per individuarne regolarità 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Verifica intermedia e attività atte a superare difficoltà emerse 2. Calcolo a mente di addizione, sottrazione, moltiplicazioni e divisioni con 10, 100, 1000; 3. Attività per favorire l'individuazione di lati, angoli, diagonali, superficie e contorno; e per capire che l'ampiezza di un angolo è indipendente dalla lunghezza dei suoi lati 4. Attività per acquisire il concetto di angolo (rotazioni, cambi di direzione, piegature di carta, ...); <i>La somma degli angoli di un triangolo</i> 5. Attività per il riconoscimento di angoli congruenti, di lati paralleli e perpendicolari 6. Riconoscere isometrie nella realtà e nelle figure. Attività pratiche di ribaltamento, traslazione, rotazione per analizzare varianti e invarianti 7. Osservazione di tabelle numeriche per individuarne regolarità; <i>Percorso regolarità</i> 8. Attività di scoperta dei criteri di divisibilità 9. Ricercare multipli e divisori in relazione reciproca 	
MARZO	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	- Frazioni: parte/tutto; rapporto; rappresentazioni
SPAZIO E FIGURE	- Geometria piana e solida: triangoli, quadrilateri e poliedri - Altezze dei triangoli
RELAZIONI DATI E PREVISIONI	- Rappresentazioni appropriate per facilitare la comprensione delle frazioni: uso di schemi, tabelle, grafici - I grafi
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	- Effettuare deduzioni logiche rispetto alle premesse
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	- Constatare che la registrazione ragionata dei dati di un problema (per mezzo di schemi, tabelle e grafici) può guidare più agevolmente alla soluzione corretta
MISURARE	- Riconoscere lo stesso valore o misura nelle diverse modalità di rappresentazione

	- Determinare equivalenze di misura espresse con unità diverse
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Calcolare la probabilità, distinguendo eventi possibili ed eventi favorevoli - Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti - Rappresentare le frazioni anche come percentuale - Saper tracciare l'altezza di triangoli e parallelogrammi sulle basi considerate 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Esercizi per memorizzare coppie additive e moltiplicative del 10, del 100, del 1000 2. Classificazioni di triangoli e di quadrilateri 3. Attività pratiche di frazionamento in situazioni motivanti, sia per riconoscere e rappresentare parti di un tutto ("parti uguali" cioè stesso valore), sia per ricostruire l'intero partendo dalle parti ("intero" elemento singolo/gruppo di elementi, nel continuo/discreto) (<i>Tangram e frazioni</i>). <i>I pentamini - Dai pentamini alla scatola cubica aperta</i> 4. Dalla scoperta dell'equivalenza di una superficie all'individuazione di una regola per scoprire equivalenza tra numeri espressi in frazione; <i>Avvio alla somma di frazioni</i> 5. Attività grafiche di rappresentazione di situazioni per mezzo di quadrati (ad es. di cento quadretti per intuire il significato di x parti su 100) 6. Situazioni pratiche in cui l'utilizzo dei grafi sia utile e significativo (relazioni d'ordine, ...). <i>Percorso sui grafi</i> 	
APRILE	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	- Approssimazione
SPAZIO E FIGURE	<ul style="list-style-type: none"> - Operare ingrandimenti e riduzioni; riprodurre in scala una figura data - Proporzionalità: riproduzione in scala - Il cerchio: circonferenza e area.
RELAZIONI DATI E PREVISIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Relazione tra la circonferenza e il suo raggio o il suo diametro - Probabilità- Regolarità- Registrazione di dati in schemi e tabelle
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Effettuare congetture per approssimazione sul risultato di operazioni aritmetiche - Costruire regole e formule
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	<ul style="list-style-type: none"> - Problemi per avvio al pensiero proporzionale - Problemi di geometria e di calcolo, anche con approssimazione
MISURARE	- Calcolo di perimetri e aree di figure non abituali, ricorrendo a scomposizioni in figure note
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Fare congetture sulla misura relativa ad oggetti, operando concretamente, e utilizzare l'unità di misura adeguata per verificare. Utilizzare la calcolatrice in modo opportuno - Effettuare collegamenti delle operazioni tra numeri ad operazioni tra grandezze - Risolvere uguaglianze numeriche e frasi aperte: $(8+...= 10; 8+...= 5+5)$ 	

<ul style="list-style-type: none"> - Saper usare il compasso e GeoGebra per disegnare circonferenze - Costruire formule, partendo da constatazioni tratte da manipolazione di materiali, da costruzioni con GeoGebra⁵ 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Riconoscere ed effettuare ingrandimenti e rimpicciolimenti di figure secondo un determinato rapporto. <i>Il puzzle</i> (adattamento da Bessot, 1994,) 2. Chiarire il significato di certo, possibile, impossibile, con giochi e riferimenti reali 3. A partire da attività ludiche (con lanci di monete, dadi, ...), capire che la probabilità è un valore numerico espresso dal rapporto tra gli eventi favorevoli su quelli possibili 4. Ricercare successioni numeriche in situazioni reali. Attività collettive e individuali per trovare una regola in una successione data; per completare una successione, trovata la regola. <i>Successioni; Percorso regolarità</i> 5. Operare con la proporzionalità: problemi che implicano rapporto tra ingredienti di una ricetta, tra punteggi di gioco, ... 6. Costruire collettivamente regole e formule, dedotte da pratiche ripetute 7. Dal confronto concreto di lunghezza di circonferenze e dei rispettivi raggi e diametri, costruire la formula per calcolare la circonferenza 8. Risolvere problemi di misura della superficie di figure geometriche non abituali: scoprire che la scomposizione in poligoni noti, di cui si sa calcolare l'area, semplifica la risoluzione 	
MAGGIO GIUGNO	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	<ul style="list-style-type: none"> - La media aritmetica e la frequenza - Considerare la praticità del nostro sistema numerico decimale, facendo riferimento ai sistemi storici di numerazione
SPAZIO E FIGURE	<ul style="list-style-type: none"> - Geometria piana e solida: pentamini - cubo - Visualizzazione spaziale della tridimensionalità
RELAZIONI DATI E PREVISIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Relazione tra sviluppi e solidi corrispondenti
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Ricercare analogie, induzioni e generalizzazioni
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	<ul style="list-style-type: none"> - Verificare in un problema la coerenza dei risultati con gli obiettivi da raggiungere
MISURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Misurare i solidi: avvio al volume
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Calcolare la media aritmetica e la frequenza - Denominare le principali figure solide e riconoscerne proprietà - Determinare la forma di figure solide, anche diseguate, per mezzo di una corretta visualizzazione spaziale - Identificare punti di vista diversi nell'osservazione di un solido: dall'alto, di fronte,... 	

⁵ Alcune attività adattabili, realizzate nell'ambiente di Cabri, sono descritte in Montis e altri, 2006

PERCORSI E ATTIVITÀ
<ol style="list-style-type: none"> 1. Percorso dal piano al solido: <i>Dai pentamini al cubo (Dalla scatola aperta alla scatola chiusa)</i> visualizzazione spaziale della tridimensionalità, sviluppi del cubo; 2. Il dado da gioco: regolarità numeriche nel dado da gioco; 3. Attività di passaggio dalla risoluzione di problemi a più operazioni alla costruzione di catene di operazioni ordinate, che descrivano numericamente la soluzione di quesiti matematici 4. Attività di manipolazione di oggetti d'uso comune che mettano in evidenza alcune caratteristiche peculiari dei solidi (spigoli, vertici, parallelismo o congruenza di facce, volume). 5. Attività di manipolazione per costruire solidi o per verificarne le proprietà; attività con uso di strumenti adeguati quali squadra, compasso, goniometro 6. Utilizzo di software di geometria dinamica, quali GeoGebra, per intuire proprietà degli enti fondamentali, per costruire figure e risolvere semplici problemi 7. Intuizione del volume in attività pratiche collegate con le misure di capacità <i>I chicchi di riso</i> (Adattamento da Matematica 2001) 8. Situazioni di gioco o di fenomeni, per capire il vantaggio nel calcolare la media e la frequenza 9. Verifica finale

1.2. Curricolo per il primo anno della Secondaria di primo grado

Primo anno scuola Secondaria Classe 1 ^a	
SETTEMBRE OTTOBRE NOVEMBRE	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	<ul style="list-style-type: none"> - L'insieme dei numeri naturali - Antichi sistemi di numerazione - Sistema di numerazione decimale e in base diversa da dieci - Sistema metrico decimale - Dall'insieme N all'insieme Z; prime conoscenze sui numeri interi relativi - Le quattro operazioni e loro proprietà
SPAZIO E FIGURE	<ul style="list-style-type: none"> - Figure e forme - Poligoni concavi e convessi: piano punto, linea, retta, segmento - Riproduzione di figure geometriche con opportuni strumenti: riga squadra, compasso, goniometro, software (GeoGebra). - Area e perimetro e loro differenza
RELAZIONI E FUNZIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Regolarità in una sequenza di numeri naturali e di figure geometriche - Moduli in una successione. - Relazioni e confronto tra numeri naturali
DATI E PREVISIONI	<ul style="list-style-type: none"> - I dati in un problema - Fasi di un'indagine statistica: raccolta dati e classificazione di dati in schemi e tabelle - Ideogrammi - Istogrammi- Aerogrammi

NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Osservare, individuare e descrivere regolarità - Identificazione del problema espresso in un quesito - Discussioni collettive sulle regolarità rilevate in successioni numeriche e geometriche - Dal quesito al problema - Le fasi della ricerca sperimentale: formulazione dell'ipotesi, verifica dell'ipotesi mediante prove (strategie), comunicazione dei risultati e formulazione di una regola - Confronto tra congettura iniziale e risultato ottenuto
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	<ul style="list-style-type: none"> - Problema e non problema - Informazioni utili in un problema e strategie di soluzione - Problemi con le quattro operazioni e/o con espressioni aritmetiche - Problemi da affrontare secondo l'ottica del pensiero proporzionale
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Leggere e scrivere i numeri e saper riconoscere il valore posizionale delle cifre - Saper usare la notazione polinomiale - Rappresentare numeri naturali sulla retta orientata - Saper individuare l'utilizzo dei numeri relativi in situazioni reali - Trovare regolarità in una sequenza di numeri naturali e/o figure geometriche - Operare con le misure decimali e con quelle non decimali - Riconoscere e denominare gli elementi geometrici fondamentali nei poligoni - Risolvere problemi con le quattro operazioni e/o con espressioni aritmetiche - Saper trovare le relazioni fra i dati di un problema - Saper ragionare per relazioni come avvio al pensiero proporzionale - Calcolare il valore di semplici espressioni - Saper utilizzare le quattro operazioni e le loro proprietà nel calcolo mentale e veloce - Utilizzare le espressioni numeriche nella soluzione di un problema - Costruire e leggere ideogrammi, istogrammi e areogrammi 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Verifica iniziale⁶ 2. Giochi per verificare: operazioni con i numeri interi, numeri primi, multipli di un numero - Relazioni (essere uguale a, essere multiplo di, essere maggiore di, essere parallelo o perpendicolare a, ...) esempio: <i>Il giardino magico</i> - Spazio e figure relazioni e funzioni: <i>A caccia della chiave giusta</i> e <i>L'investigatore geometrico</i>⁷ 3. La scheda 1 di verifica iniziale diventa laboratorio⁸ per l'apprendimento di nuovi contenuti sulle successioni di numeri pari e dispari e sui multipli – perimetro area di figure geometriche - regolarità aritmetiche e geometriche 	

⁶ Si veda sul sito del CRSEM: Home/Sperimentazione/Sperimentazione 2010.11/Prove di verifica.

⁷ Alcune attività sono state adattate da proposte UMI-CIIM, Matematica 2003.

⁸ Per il dettaglio delle attività 3 e 4 si veda sul sito del CRSEM: Home/Sperimentazione/Sperimentazione 2010.11/Esempi di laboratorio alunni.

<p>4. <i>Trovare una regola - Costruire una tabella</i> - Attività per favorire la capacità di costruire tabelle e regolarità</p> <p>5. Analisi di problemi da risolvere secondo l'ottica del pensiero proporzionale</p> <p>6. Attività riferite ad indagini reali (frequenza relativa - frequenza assoluta – istogrammi -aerogrammi).</p> <p>7. Formule alternative per il calcolo dell'area dei poligoni e introduzioni di piccole espressioni mediante il <i>Teorema di Pick</i></p> <p>8. Confronto tra rapporto e differenza (<i>“Età di due fratelli”</i>) - Osservazioni sulla regolarità del resto di una particolare divisione dove la differenza fra dividendo e divisione rimane costante</p> <p>9. Interpretazione di grafici Es. <i>La frenata dell'euro</i> (INVALSI 2010-2011/Secondaria 2° grado -D20)</p>	
DICEMBRE	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	<ul style="list-style-type: none"> - Potenze e proprietà - Radice quadrata e cubica come operazione inversa della potenza - Nozione intuitiva di frazione e sua rappresentazione simbolica
SPAZIO E FIGURE	<ul style="list-style-type: none"> - Lati, angoli, diagonali nei poligoni - Introduzione all'equiestensione - Isometrie, a livello intuitivo - Angoli; rette parallele e perpendicolari (Geogebra)
RELAZIONI E FUNZIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Classificare e ordinare in base a determinate proprietà
DATI E PREVISIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Media aritmetica - Moda - Mediana - Rappresentazioni grafiche: vari tipi di grafici; procedimenti per disegnare vari tipi di grafici
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Rinforzo delle capacità di argomentare sui contenuti e sulle soluzioni dei problemi. - Giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	<ul style="list-style-type: none"> - Problemi che implicano l'utilizzo delle potenze
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Costruire, misurare, confrontare e classificare gli angoli - Riprodurre figure e disegni geometrici con opportuni strumenti - Saper individuare l'ordine di grandezza di un numero - Saper utilizzare le proprietà delle potenze ai fini del calcolo e della risoluzione dei problemi - Saper individuare l'operazione inversa dell'elevamento a potenza con l'uso delle tavole numeriche - Saper costruire e interpretare vari tipi di grafici 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Esercizi sulle potenze (anche tramite indovinelli e calcolo mentale) 2. Sequenze numeriche e regolarità - avvio alle frazioni 	

3. Altre proposte di avvio alle frazioni e all'equiestensione in poligoni concavi e convessi 4. Introduzione di GeoGebra mediante i divisori di un numero 5. Attività riferita ai poligoni dopo la presentazione di GeoGebra 6. Attività sui "due pezzi piani" (CRSEM) riguardante l'equiestensione e avvio alle frazioni I pentamini (1^a e 2^a fase) Dall'unità frazionaria ai pentamini (si veda parag. 3.1) Esercizio sull'estensione: "Il pannello decorativo"	
GENNAIO FEBBRAIO	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	<ul style="list-style-type: none"> - Multipli e divisori di un numero; criteri di divisibilità - Numeri primi e numeri composti. - La fattorizzazione - M.C.D. m.c.m.
SPAZIO E FIGURE	<ul style="list-style-type: none"> - Misura del perimetro dei poligoni - Le trasformazioni isometriche attraverso modelli dinamici - Figure congruenti - Simmetria assiale
RELAZIONI E FUNZIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Classificazione di poligoni rispetto a lati e angoli - Relazioni tra numeri naturali (multipli e sottomultipli) - Elementi caratteristici delle figure simmetriche
DATI E PREVISIONI	<ul style="list-style-type: none"> - Isoperimetria ed equiestensione per confronto tra pezzi - Previsione di collocazione dei punti e delle parti di una figura, prima di sottoporla a simmetria assiale
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	<ul style="list-style-type: none"> - Descrizione individuale di oggetti matematici secondo le loro proprietà - Previsioni sulla simmetria assiale
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	<ul style="list-style-type: none"> - Problemi che implicano l'utilizzo del M.C.D. e del m.c.m.
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Saper scomporre numeri naturali in fattori primi e conoscerne l'utilità per diversi fini. - Saper utilizzare il M.C.D. e m.c.m in situazioni problematiche reali - Saper argomentare relativamente ai quesiti proposti - Saper individuare e descrivere regolarità in semplici contesti concreti e scoprire semplici relazioni tra numeri, a partire da esperienze concrete - Saper riconoscere la simmetria attraverso gli specchi 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Minimo comune multiplo - progressioni aritmetiche 2. Multipli di un numero, numeri primi – "Gioco delle cassette" 3. Divisori di un numero, numeri amici e perfetti 4. Gioco sui multipli e sui divisori di un numero 5. Applicazione delle Isometrie ai due pezzi con materiale manipolabile e con Geogebra 6. Un percorso sulla simmetria con <i>gli specchi angolari</i> 	

MARZO APRILE	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	- La frazione come operatore - Frazioni con numeratore minore del denominatore, con numeratore maggiore del denominatore, con numeratore multiplo del denominatore.
SPAZIO E FIGURE	- Dallo spazio al piano - Poliedri: facce, spigoli, vertici; facce opposte - Dal piano allo spazio - Triangoli: classificazione e punti notevoli - I quadrilateri - Le trasformazioni isometriche
RELAZIONI E FUNZIONI	- Relazione di una parte rispetto all'intero - Classificazioni di poligoni in base alle diverse proprietà e caratteristiche
DATI E PREVISIONI	- Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e viceversa
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	- Rinforzare la capacità di descrivere relazioni utilizzando termini tecnici propri della disciplina
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	- Problemi che implicano l'uso delle frazioni - Costruzione di modelli geometrici utili nella risoluzione di problemi
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Saper rappresentare geometricamente le frazioni - Saper utilizzare le frazioni come operatore - Saper costruire, analizzare e classificare poligoni in base alle diverse proprietà e caratteristiche. - Saper individuare le caratteristiche delle trasformazioni isometriche di figure piane in situazioni reali anche con l'aiuto di modelli materiali e software - Saper costruire figure isoperimetriche ed equiestese 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Verifica intermedia 2. Dai pentamini a una scatola aperta (si veda paragrafo.3.2) 3. <i>“Lo specchio di Giulia”</i>: su equiestensione e frazioni 4. <i>“Costruzione di Triangoli”</i> con le stecchette geometriche <i>“Costruzione di quadrilateri e parallelogrammi”</i> con le stecchette 5. Attività con Geogebra⁹ 6. <i>“La retta di Eulero”</i> (punti notevoli di un triangolo) 7. Costruzione di un insieme di parallelogrammi; 8. Costruzione del rettangolo; 9. Costruzione del triangolo isoscele. 	

⁹ Il dettaglio delle attività è presentato in Polo, Sanna, Mallocci 2013.

MAGGIO	
NUCLEI TEMATICI	
NUMERI	- Frazioni equivalenti e riduzione ai minimi termini - Operazioni con le frazioni
SPAZIO E FIGURE	- Perimetro e area delle figure piane - Misura di Perimetri e Aree - Costruzione di figure piane con Geogebra
RELAZIONI E FUNZIONI	- Confronto fra perimetro e area di poligoni - Confronto di frazioni - Rappresentazione di frazioni sulla retta - Regolarità: somma di punti su facce opposte di un dado
DATI E PREVISIONI	- Raccolta di informazioni, trasferimento in tabelle e rappresentazioni grafiche opportune
NUCLEI TRASVERSALI	
ARGOMENTARE E CONGETTURARE	- Osservare, individuare e descrivere regolarità - Produrre congetture, testarle e validarle
PORSI E RISOLVERE PROBLEMI	- Risoluzione di problemi geometrici sull'area e sul perimetro dei poligoni
OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	
<ul style="list-style-type: none"> - Saper misurare, confrontare i perimetri e le aree delle figure piane - Saper costruire figure isometriche - Saper rappresentare le frazioni sull'asse reale - Saper semplificare una frazione - Saper individuare relazioni tra elementi e rappresentarle con semplici formule 	
PERCORSI E ATTIVITÀ	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Frazione come parte - insieme - tutto 2. Indovinelli, quesiti, problemi per la riduzione di frazioni ai minimi termini 3. Dai pentamini agli esami - Dalla scatola aperta alla scatola chiusa (percorso par. 3.3) - Cubo ed elementi che lo compongono, sviluppi del cubo 4. Attività di visualizzazione spaziale della tridimensionalità 5. Il dado da gioco (si veda paragrafo 3.4): regolarità numeriche 6. Confronto di frazioni: "<i>Partite giocate partite vinte</i>" 7. Frazioni equivalenti - rappresentazione di frazioni sull'asse reale 8. Somma di frazioni e potenze di 2: "<i>L'occhio di Horus</i>" - 9. Uso di tabelle e grafici per leggere dati relativi a un'indagine o ad un fenomeno, per descrivere notizie e trarre indicazioni e conclusioni 10. Verifica finale 	

2. LA TRASPOSIZIONE DEL CURRICOLO

L'attuazione dei curricula, progettati per le due classi in continuità, prevede una fase d'indagine iniziale come verifica e valutazione delle conoscenze di base e una finale come verifica del sapere costruito.

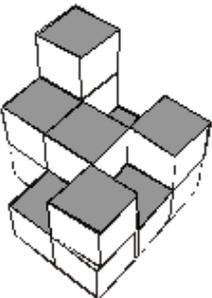
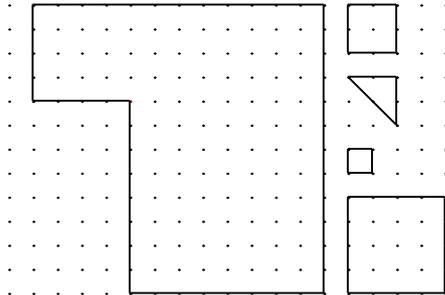
Le prove d'indagine, predisposte sia per la quinta Primaria e sia per la prima Secondaria di primo Grado, fanno parte del percorso che prevede un approccio alla geometria solida. Sono state scelte nell'ambito dei nuclei *Numero - Spazio e figure - Relazioni-Argomentare e congetturare* e qui proposte sotto forma di schede da somministrare secondo un protocollo già "collaudato" in precedenti sperimentazioni didattiche.

Le prove proposte come verifica finale per la quinta primaria sono le stesse proposte come prove di verifica iniziale per la prima secondaria.

Questa scelta è stata fatta per mantenere un legame concreto tra i due curricula, ma anche per osservare l'influenza di variabili quali: tempi, ambiente, contesto relazionale, maturazione dello studente. Può essere interessante, in particolare, stabilire se gli studenti che hanno già affrontato con successo la prova nell'anno precedente confermano l'anno successivo le *competenze* raggiunte.

Le prove di verifica possono diventare attività laboratoriali (come suggerito nel protocollo di somministrazione) ed essere utili alla costruzione di una base comune di esperienza nel gruppo-classe, attraverso momenti di confronto e discussione in un clima collaborativo fra pari.

1.1 Prove di verifica iniziale per la quinta Primaria

<p>SCHEDA 1: NUMERI- SPAZIO E FIGURE- RELAZIONI E FUNZIONI (da Olimpiada Brasileira de Matematica, 2002)</p> <p>Alunno... classe... Scuola...</p> <p>Il peso delle scatole Alcune casse cubiche, tutte uguali, sono state impilate come vedete nella figura qui sotto. Se ciascuna cassa pesa 25 kg, quanto pesa tutta la pila?</p> 	<p>SCHEDA 2: SPAZIO E FIGURE- RELAZIONI- ARGOMENTARE_CONGETTURARE Adattamento da OCSE PISA 2003 Alunno... classe... Scuola...</p> <p>Confronti Confronta ciascuna delle seguenti figure con quella più grande:</p>  <p>Cosa puoi osservare? Spiega:</p>
---	--

SCHEDA 3: NUMERI – DATI E RELAZIONI - ARGOMENTARE e CONGETTURARE - MISURARE PORSI E RISOLVERE PROBLEMI
 Tratto da prove INVALSI

È stata misurata la quantità di pioggia caduta nei mesi dell'anno 2004

Mesi	Quantità di pioggia nell'anno 2004 in mm
Gennaio	150
Febbraio	80
Marzo	110
Aprile	90
Maggio	30
Giugno	10
Luglio	20
Agosto	40
Settembre	60
Ottobre	80
Novembre	130
Dicembre	140

Quale delle seguenti affermazioni è falsa?
 A. Nel primo semestre è caduta più pioggia che nel secondo.
 B. Il mese in cui è piovuto maggiormente è stato Gennaio.
 C. Il trimestre in cui è piovuto di meno è stato il terzo.
 D. Il mese in cui è piovuto di meno è stato Giugno.

Come hai trovato l'affermazione falsa?

1.2 Prove di verifica finale per la quinta Primaria e iniziale per la prima Secondaria

SCHEDA 1: NUMERO - SPAZIO E FIGURE- RELAZIONI E FUNZIONI
 Adattamento da prove allenamento Invalsi Scuola Secondaria di 1° grado- Classe Terza 2010
 Alunno... classe... Scuola...
Osserva le seguenti figure in sequenza.

1^a f 2^a f 3^a f 4^a f 5^a f

Di quanti quadratini sarà formata la quarta figura?
 A. 14.
 B. 16.
 C. 18.
 D. 20.

Di quanti quadratini sarà formata la quinta figura?
 Completa la tabella, osserva i risultati e trova una regola.

	1 ^a fig	2 ^a f	3 ^a f	4 ^a f	5 ^a f	6 ^a f
N. quadrati	4					

Regola trovata:

SCHEDA 2: SPAZIO E FIGURE - RELAZIONI- ARGOMENTARE e CONGETTURARE
 Adattamento da OCSE PISA 2003
 Alunno ... classe... Scuola...

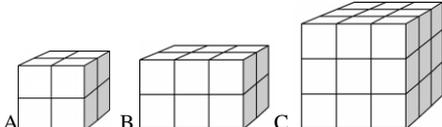
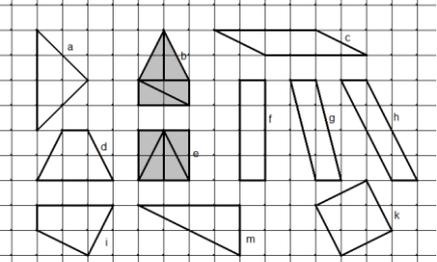
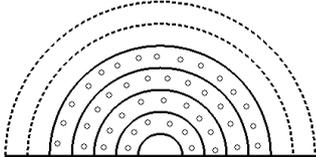
Sono stati disegnati un capannone e il suo sviluppo incompleto
Domanda 1: completa lo sviluppo del capannone. Fai le tue ipotesi e verifica costruendolo. La tua ipotesi era esatta? Perché?
Domanda 2: Denomina i poligoni che compongono lo sviluppo e le proprietà di ciascuno di essi.

SCHEDA 3
NUMERI - RELAZIONI - ARGOMENTARE e CONGETTURARE - PORSI E RISOLVERE PROBLEMI
Risolvere i seguenti problemi:

- Se un quaderno costa 2 € quanto pagherò 6 quaderni?
- Se percepisco 1500 € al mese di stipendio. Quanto percepisco in 12 mesi?
- Se un quaderno costa 2 €, con 12 € quanti quaderni compro?
- Se con 0,9 Kg di farina si confezionano 3 torte, quanti Kg di farina occorrono per confezionare una torta?
- Se percepisco 1500 € al mese di stipendio, quanti mesi saranno necessari per percepire 18000 €
- Se 6 quaderni costano 12 €, quanti euro costa un quaderno?
- Se per confezionare una torta sono necessari 0,3kg di farina, quanti kg di farina sono necessari per confezionare 3 torte?
- Se 6 quaderni costano 12 €, quanti euro costano 20 quaderni?

N.B.: Gli stessi problemi possono essere riproposti per una risoluzione secondo l'ottica del pensiero proporzionale (vedi Curricolo 1^a secondaria)

1.3 Prove di verifica finale per la prima Secondaria

<p>SCHEDA 1: NUMERO - SPAZIO E FIGURE – RELAZIONI E FUNZIONI</p> <p style="text-align: right;"><i>Adattamento da prove OCSE-PISA 2006</i></p> <p>Alunno... classe... Scuola...</p> <p>Susanna si diverte a costruire blocchi partendo da cubetti come quello della figura:</p>  <p>Susanna ha una gran quantità di cubetti che unisce per fare altri blocchi. Per prima cosa, Susanna incolla otto cubetti per costruire il blocco della figura A. Successivamente Susanna costruisce i blocchi B e C.</p>  <p>Domanda 1: Quanti cubetti occorrono a Susanna per costruire il blocco di figura B? Domanda 2: Quanti cubetti occorrono a Susanna per costruire il blocco di figura C? Domanda 3: Susanna osserva che potrebbe usare meno cubetti per realizzare il blocco di figura C, se lasciasse all'interno degli spazi vuoti. Qual è il numero minimo di cubetti che le occorrono per costruire un blocco simile a quello della figura C?</p> <p><i>-La prova diventa laboratorio- (vedi "L'Educazione matematica" vol.2, n.1-Aprile 2012, pp.47- 66, Ed. CRSEM-Cagliari)</i></p>	<p>SCHEDA 2: NUMERO - SPAZIO E FIGURE</p> <p style="text-align: center;">PUZZLE CON 4 TRIANGOLI (II) (Cat 4, 5, 6) <i>Tratto da 15° RMT finale, maggio 2007</i></p> <p>Alunno ... classe... Scuola...</p> <p>Rosalia ha numerosi triangoli di cartoncino grigio, tutti uguali, (della stessa forma e della stessa grandezza).  Tenta di ricoprire interamente ciascuna delle figure disegnate qui sotto, utilizzando ogni volta 4 dei suoi triangoli uguali. È già riuscita a ricoprire la "casa" (b) e il quadrato (e) che sono grigi e sui quali si vedono bene i quattro triangoli.</p>  <p>Rosalia potrà ricoprire ciascuna delle altre figure usando sempre quattro triangoli uguali? Per ogni figura: - se è possibile, disegnate in modo preciso i quattro triangoli; - se è impossibile, spiegate perché non si può.</p>
<p>SCHEDA 3: NUMERO -RELAZIONI E FUNZIONI</p> <p style="text-align: right;"><i>Adattato da 1a PROVA - © ARMT 2006</i></p> <p>Alunno ... Classe... Scuola...</p> <p>Giulia ha un ventaglio formato da 20 strisce di carta colorata. Vuole renderlo più bello incollando dei cerchietti. Sulla prima striscia, la più piccola, incolla 6 cerchietti; sulla seconda 9, sulla terza 12. Continua incollando su ogni striscia 3 cerchi in più della precedente fino alla ventesima striscia.</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> - Quanti cerchietti deve incollare Giulia nella ventesima striscia? - Quanti cerchietti deve usare Giulia per decorare il ventaglio? - Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

Durante le fasi sperimentali delle attività realizzate per l'attuazione del curricolo che stiamo presentando, le fasi di Valutazione sono state accuratamente preparate e si è concordato un comune **protocollo per la somministrazione** delle prove.

Gli aspetti salienti hanno riguardato le seguenti scelte di condizioni di somministrazione:

- non effettuare attività attinenti ai contenuti oggetto di verifica prima della somministrazione delle Prove,
- la somministrazione della prova deve essere INDIVIDUALE.
- per ciascun alunno, la consegna da parte dell'insegnante può essere verbale, con accertamento della comprensione della stessa.
- le domande segnalate nella scheda devono essere poste a ciascun alunno, senza influenzarne le risposte.
- l'insegnante registra le risposte, per gli alunni non ancora in possesso delle abilità di scrittura.

Ciascun insegnante ha tabulato i risultati in apposite tabelle riassuntive predisposte per ciascuna scheda, al fine di una pertinente discussione e un confronto approfondito con i colleghi nelle fasi di riflessione sui risultati.

Dopo il controllo delle singole prove, ogni insegnante ha organizzato in altra data la discussione di classe sulle soluzioni e sulle strategie utilizzate; registrare per iscritto le parti rilevanti della discussione. La discussione può essere organizzata per gruppi e poi collettivamente. L'insegnante può, in funzione dei risultati, organizzare gruppi sulla base delle tipologie di risoluzione o di errori, per gruppi di livello, o altra scelta che ritiene opportuna per la classe. È importante infatti costruire una abitudine alla collaborazione e al lavoro di gruppo e tra pari, o di tutoring tra alunni; fin dalla classe Prima. La discussione è finalizzata a sintetizzare le risposte corrette e le risposte errate, descrivere e analizzare le strategie risolutive utilizzate, sia corrette che errate, identificare, denominare o definire contenuti e/o proprietà utilizzate nella risoluzione. Questa fase ha le caratteristiche di una fase di istituzionalizzazione ma può essere anche sviluppata come fare di recupero o di rinforzo.

3. UN ESEMPIO DI PERCORSO CURRICOLARE IN CONTINUITÀ

Si riporta un percorso articolato in più attività per la quinta Primaria e per la prima Secondaria di primo grado da sviluppare nell'arco di un intero anno scolastico, con gradualità per tappe e fasi. Il percorso, dal titolo *Dai pentamini al dado da gioco*, riguarda prevalentemente l'ambito geometrico e quindi il tema Spazio e figure delle Indicazioni Ministeriali, e affronta anche questioni sui solidi. I primi elementi di Geometria Solida, sono normalmente introdotti in quinta Primaria e ripresi abitualmente nell'ultimo anno della scuola Secondaria di primo grado causando una interruzione di due anni nell'apprendimento della geometria solida.

L'argomento privilegiato "dal piano allo spazio", inerente al nucleo tematico Spazio e figure, si articola attraverso i seguenti contenuti: quadrato, proprietà del quadrato, confronto tra figure, equiestensione, isoperimetria, isometrie, classificazione di poligoni, potenze, unità frazionarie; poliedri (cubo..., facce, spigoli, vertici).

Le attività si svolgono in un ambiente d'apprendimento di tipo laboratoriale. Oltre al lavoro individuale, dove si fanno le congetture individuali da discutere e "provare",

viene privilegiato il lavoro di gruppo che porta alla discussione e al confronto e poi, nella discussione collettiva, alla verifica delle congetture tratte dai dati a disposizione. Le indicazioni metodologiche e le attività suggerite tendono a porre l'alunno nella condizione di risolutore di problemi e invitano l'insegnante a costruire nell'ambiente del gruppo-classe una condivisione consapevole e l'identificazione del sapere costruito attraverso la consapevolezza della necessità di mettere in opera processi di devoluzione e di istituzionalizzazione delle conoscenze da acquisire (Bessot, 1994 - Polo, 1999). L'alternativa di partenza (*Versione1 – Versione2*) e le altre parti dell'intero percorso permettono una diversa combinazione o integrazione di tutte o di alcune delle fasi, in relazione al livello scolastico, alla situazione della classe, al curriculum previsto, alle scelte degli insegnanti.

1.1 I pentamini¹⁰

Saperi in gioco (da costruire o da consolidare): quadrato, proprietà del quadrato, poligoni concavi e convessi, confronto tra figure, equiestensione, isoperimetria, isometrie, introduzione alle frazioni.

Fase 1: Attività individuale – Costruzione di dodici pentamini¹¹

Versione 1. Si costruiscono i pentamini utilizzando i quadrati a disposizione. **Materiale:** un foglio bianco, cinque quadrati in cartoncino (3x3) per ciascun alunno; **Scheda 1a:** Poligoni concavi e convessi. Si distribuisce la scheda e si pone la seguente consegna verbale:

Costruire con i quadrati a vostra disposizione, tutte le possibili figure geometriche piane, diverse l'una dall'altra, rispettando le seguenti regole:

- a) Usare per ciascuna figura tutti i quadrati
- b) I quadrati non devono sovrapporsi ma devono essere accostati confinando tra loro con tutto il lato (non devono essere accostati solo per il vertice o per una parte del lato)

Si lascerà ai ragazzi il tempo di costruire le figure, usando sempre gli stessi cinque quadrati. L'insegnante circherà tra i banchi per verificare il rispetto delle regole indicate, poi si passerà alla seconda **consegna verbale:**

Ripassare con la matita la sagoma di ciascuna figura costruita, sul foglio bianco; ogni volta si smonterà la figura per crearne un'altra utilizzando gli stessi pezzi.

Versione 2 Si costruiscono i dodici pentamini partendo dall'unità frazionaria (un quadratino) Si consegna la **Scheda 1b:** Poligoni concavi e convessi **Si parte da un problema:**

Durante la lezione di matematica, Alessia sfida i compagni:

“Questo quadrato deve essere $\frac{1}{5}$ della figura intera. Chi di voi sa ricostruire la figura

intera, usando sempre forme uguali a questa?”

¹⁰ Adattamento da UMI: Matematica 2001 -Materiali per un nuovo curriculum di matematica

¹¹ Vengono indicate due versioni per la costruzione dei pentamini con punti di partenza diversi, da proporre a discrezione dell'insegnante e del momento di attuazione del curriculum.

Tale proposta può rendersi utile ai fini di una rivisitazione del concetto di frazione e per raggiungere i seguenti obiettivi:

- rappresentare il tutto (unità) a partire dalla frazione unitaria;
- verificare che frazioni con denominatore e numeratore uguali corrispondono all'unità.
- sommare frazioni con lo stesso denominatore;
- interpretare sempre il termine “**uguale**” **esplicitando la caratteristica cui si riferisce.**

Dopo il lavoro individuale della risoluzione del problema, formare i gruppi, favorendo il confronto fra pari e aprire la **discussione di classe** mirata a:

- stimolare gli alunni a esprimersi sul **significato** di $\frac{1}{5}$
- far mettere a **confronto un quinto di partenza con ciascuna delle figure intere ottenute** in modo che i ragazzi si rendano conto che **le figure, nonostante siano diverse, sono uguali rispetto all'estensione** (vedi anche *Fase2*);
- invitare gli alunni a scrivere la somma delle unità frazionarie $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ e a trovare il risultato $\frac{5}{5}$
- indurre a scoprire che $\frac{5}{5}$ equivale all'intero cioè a **1**.

Conclusione e istituzionalizzazione da parte dell'insegnante e degli alunni: il denominatore (5) denomina, dà il nome (in questo caso, quinti) al tipo di parti ottenute;il numeratore (in questo caso 1) conta i pezzi quindi (1 su 5 parti) quindi significa che (cinque quinti) formano un intero;ogni frazione con denominatore e numeratore uguali corrisponde all'intero, 1. le unità costruite (i pentamini) hanno tutte uguale estensione perché formate dallo stesso numero di parti (quinti) (ripresa nella *Fase 2*)

Fase 2 - Attività collettiva¹² - Discussione sui pentamini costruiti

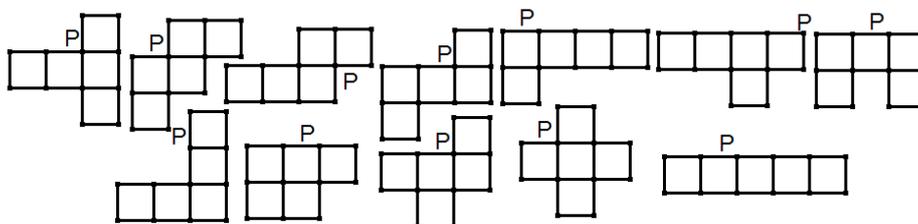


Figura 1 I dodici pentamini

Gli alunni presentano le figure ottenute, disegnano (o appendono) alla lavagna o su un cartellone tutti i pentamini ottenuti, anche quelli apparentemente diversi¹³ affinché tutti possano vederli e confrontarli nella discussione che seguirà.

¹² Per le due versioni

¹³ Potrà capitare che gli alunni costruiscano due figure che si differenziano solo per una rotazione o un ribaltamento. L'insegnante non deve intervenire perché deve far dibattere sull'argomento durante la discussione di classe.

La discussione di classe sarà finalizzata alla scoperta dei dodici pentamini, al riconoscimento delle forme come poligoni, ad una prima classificazione dei poligoni in concavi e convessi e al riconoscimento della equiestensione delle figure dei pentamini e alla constatazione che due figure saranno ritenute congruenti se si differenziano solo per un movimento rigido e sono quindi sovrapponibili. Dall'esame dei singoli poligoni scaturiscono gli elementi geometrici che li compongono (punti-vertici, segmenti-lati, angoli).

Partendo dalla discussione derivata da pareri discordi circa la congruenza di alcune delle figure costruite, si introducono (o si consolidano) le trasformazioni geometriche.

I pentamini potranno essere oggetto, successivamente, di un vero e proprio laboratorio sulle isometrie, sulla equiestensione e isoperimetria.

Conclusione e istituzionalizzazione.

Con cinque quadrati uguali si possono costruire dodici pentamini diversi, tutti equiestesi perché formati da parti uguali, ma non tutti isoperimetrici. Si potranno costruire o proporre definizioni di poligono convesso:

- *Un poligono è convesso se non contiene i prolungamenti dei suoi lati; è concavo se contiene i prolungamenti anche di uno solo dei suoi lati.*
- *Un poligono è convesso quando un segmento che unisce due punti qualsiasi del poligono rimane sempre completamente interno al poligono; è concavo quando non rimane completamente all'interno.*
- *Un poligono è convesso quando la retta cui appartiene ciascun lato lo lascia sempre al completo da una stessa parte; è concavo quando lo attraversa.*

1.2 Dai pentamini a una scatola aperta

Fase I: Attività individuale

Ciascun alunno ha a disposizione la Scheda 2 in cui sono rappresentati i dodici pentamini della fig.1.

Consegna:

- *E' possibile ottenere con ciascuna figura una scatola aperta senza staccare i quadrati l'uno dall'altro?*
- *Fai le tue congetture poi colora solo i pentamini che, secondo te, sono lo sviluppo piano di una scatola con sole cinque facce*
- *Scrivi la procedura utilizzata per eliminare gli sviluppi non corretti*

Il docente, accertatosi che tutti abbiano capito la consegna, sollecita gli alunni a produrre le loro congetture, senza manipolare le figure (cosa che faranno al momento della verifica).

Si arriverà all'accordo che due figure saranno ritenute uguali se si differenzino soltanto per un movimento rigido e sono quindi sovrapponibili. I pentamini potranno essere oggetto, successivamente, di un vero e proprio laboratorio sulle isometrie, sulla equiestensione e isoperimetria.

Fase 2: Attività per gruppi - Verifica con i modelli

Ciascun gruppo ha a disposizione:

-la **Scheda 3**: *Dai pentamini a una scatola cubica aperta (per la verifica)*;

-i modelli dei pentamini, predisposti dall'insegnante, da ritagliare e utilizzare per verificare le congetture.

Avvenuto il confronto fra pari, il portavoce di ciascun gruppo è invitato a spiegare alla classe, utilizzando i modelli, il perché delle risposte.

La **verifica immediata**, in collaborazione col gruppo, rende l'alunno consapevole degli eventuali errori e gli permette l'autocorrezione degli stessi.

L'abitudine a porsi e a porre problemi induce a mettere in relazione dati e domande, domande e risposte, in situazione a-didattica in vista dell'obiettivo da raggiungere.

Conclusione

Non tutti gli sviluppi rendono possibile la costruzione di una scatola cubica aperta: solo otto la permettono, perché negli altri casi due facce si sovrappongono.

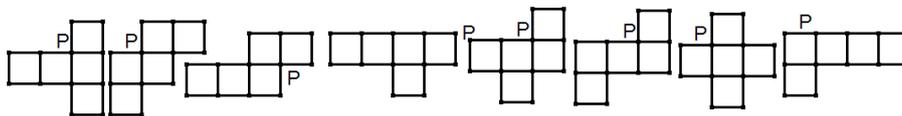


Figura 2- Gli otto pentamini

1.3 Dai pentamini al cubo -Dalla scatola aperta alla scatola chiusa**Fase 1: Attività individuale**

Ciascun alunno ha a disposizione **la Scheda 4**: “*Dai pentamini¹⁴ al cubo*” (Dalla scatola aperta alla scatola chiusa).

L'insegnante invita gli alunni a registrare nel retro scheda i tentativi per ottenere un esamino (andranno rispettate le stesse regole seguite per la costruzione dei pentamini); osserva le costruzioni e sollecita gli alunni a produrre le loro congetture senza manipolare le figure (cosa che faranno al momento della verifica (**Scheda 5**)).

La classe ha già affrontato il laboratorio sui pentamini per cui alcuni saperi dovrebbero essere stati già analizzati e saranno solo da consolidare (quadrato, proprietà, area, potenza, equiestensione).

Fase 2: Attività per gruppi (verifica con i modelli)

L'insegnante organizza la classe in modo tale che in ciascun gruppo siano stati costruiti esamini diversi (possibilmente). Distribuisce la **Scheda 5 (Dagli esamini a una scatola cubica chiusa)** invitando gli alunni a registrare le conclusioni e le argomentazioni del gruppo, dopo la messa in comune delle risposte individuali.

In questa fase, l'insegnante interviene con domande opportune, o con rilievi rispetto alla discussione, senza però indirizzare esplicitamente il gruppo verso la risposta, lasciando che procedano autonomamente nella costruzione del sapere in gioco (cubo).

¹⁴ Gli sviluppi nella scheda 4 sono stati scelti a piacere fra gli otto che danno origine alla scatola aperta

Successivamente i gruppi presenteranno alla classe le figure ottenute; disegneranno (o appenderanno) alla lavagna o su un cartellone tutti gli esami diversi e corretti, affinché tutti possano vederli e confrontarli durante la discussione che seguirà.

La discussione collettiva deve essere finalizzata¹⁵:

- al riconoscimento della possibilità di costruire un cubo con sviluppi diversi;
- alla esplicitazione degli argomenti utili alla validazione delle congetture;
- all'analisi degli elementi che costituiscono il cubo (facce, spigoli, vertici, ...).

Conclusione: non tutti gli **esami** danno origine a un **cubo**.

1.4 Il dado da gioco

Materiale

Per ciascun alunno un cubo costruito a casa e un dado da gioco per ogni gruppo, **Scheda 6** "Ricerca di regolarità"

Fase 1: Attività individuale

Consegna verbale:

"Trasformate il vostro cubo in un dado da gioco; osservate la disposizione dei pallini sulle facce del dado da gioco che vi sto mostrando¹⁶ e disegnateli sulle facce del vostro cubo".

I ragazzi faranno le proprie congetture su quale ordine dare ai numeri che scriveranno sulle facce del loro cubo, quindi compileranno la parte A della **Scheda 6**.

Fase 2: Attività per gruppi

I componenti del gruppo osservano il dado da gioco messo ora a disposizione e individualmente compilano la parte B della **Scheda 6**;

- ciascuno confronta la propria scheda con quelle dei compagni del gruppo;
- si registrano su unica scheda (scheda di gruppo) le conclusioni condivise (o non condivise) e le argomentazioni che le sostengono.

Discussione collettiva

Il portavoce di ciascun gruppo riferisce alla classe le conclusioni concordate, riferendo anche le modalità con le quali sono/non sono state raggiunte (argomenti, osservazioni...).

L'insegnante non darà risposte rispetto alla correttezza del lavoro fatto dai gruppi e solleciterà la verifica facendo **mettere a confronto l'ultima colonna della parte A con l'ultima colonna della parte B della Scheda 6**

Se ancora nessuno tra gli alunni avrà scoperto la relazione tra le facce opposte del dado da gioco, l'insegnante proporrà il gioco **"Chi c'è sotto?"**

¹⁵ L'insegnante, se lo riterrà opportuno, potrà dare un significato geometrico alla potenza con esponente 3 introducendo il concetto di: volume di un cubo

Potrà in questo momento sottolineare il fatto che tutte le potenze con esponente 3 si leggono "al cubo" oltre che alla terza potenza" o "alla terza"

¹⁶ Il docente mostra il dado da gioco agli alunni i quali dovrebbero constatare che le facce sono numerate da 1 a 6.

Allegato: Chi c'è sotto?

Materiale occorrente: un dado per gruppo, la lavagna sulla quale registrare i numeri di volta in volta indicati dai lanci del dado.

Partecipanti: tutti gli alunni, uno per volta, a turno.

Il gioco è molto semplice: si tratta di far lanciare il dado uno per volta a ciascun alunno, di far dichiarare a voce alta il numero uscito poi chiedere: “**chi c'è sotto?**”

Si solleva il dado per verificare se è stato *indovinato* il numero che sta sotto, per poi registrarlo alla lavagna, in una tabella a due colonne.

Dapprima sembrerà che il numero che c'è sotto si debba *indovinare*, poi, osservando e leggendo ogni tanto la tabella ci sarà qualche alunno che scoprirà la regolarità e farà le proprie riflessioni sulle informazioni ricavate dalla tabella, socializzandole.

Il gioco può anche essere proposto come verifica finale e le conclusioni si trarranno dalla lettura della tabella di registrazione alla lavagna o, se i ragazzi hanno già scoperto la regolarità, come momento distensivo e ludico alla fine del laboratorio.

In un secondo tempo, si potrà proporre il problema della **Scheda 7: Il dado di Anna**, oppure anche “**I dadi da gioco**” della **Scheda 8**, come verifica e/o rinforzo anche della capacità di visualizzazione della tridimensionalità.

Conclusione ed istituzionalizzazione

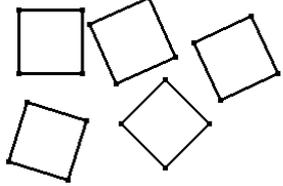
La discussione collettiva deve essere finalizzata alla scoperta della regolarità: **la somma dei punti (numeri) su due facce opposte del dado è sempre 7.**

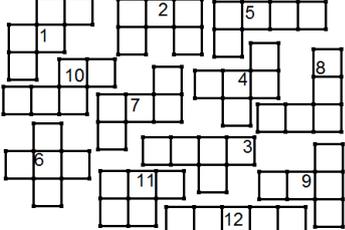
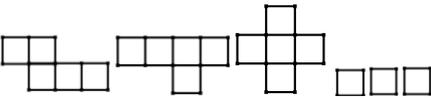
Si può lasciare un problema aperto: “*Se avessi un poliedro regolare, con un numero di facce diverso da sei?*”

Come illustrato al paragrafo 4, gli insegnanti sperimentatori più esperti sono riusciti anche a condurre a termine l'attività che sviluppa il percorso relativo a questa nuova domanda.

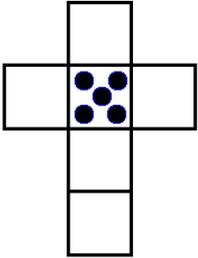
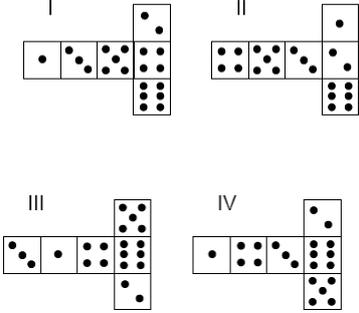
1.5 Schede

Riportiamo di seguito tutte le schede utilizzate nel percorso

<p>Scheda1a</p> <p style="text-align: center;">Poligoni concavi e convessi</p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p>  <p>-Costruisci pentamini con i 5 quadrati -Disegna i poligoni che hai costruito con i cinque quadrati e scrivi il nome di ciascuno. -Indica quali sono i poligoni concavi e quali i convessi, esplicitando il perché Ricerca assi di simmetria e centri di simmetria Conclusione.....</p>	<p>Scheda1b</p> <p style="text-align: center;">Poligoni concavi e convessi</p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p> <p>Durante la lezione di matematica, Alessia sfida i compagni: “Questo quadrato deve essere $\frac{1}{5}$ della figura intera. Chi di voi sa ricostruire la figura intera, usando sempre forme uguali a questa?” <input type="checkbox"/></p> <p>Dopo aver costruito le diverse figure intere -Disegna i poligoni che hai individuato e scrivi il nome di ciascuno. -Indica quali sono i poligoni concavi e quali i convessi, esplicitando il perché Ricerca assi di simmetria e centri di simmetria Conclusione.....</p>
--	---

<p>Scheda 2 Dai pentamini a una scatola cubica aperta</p> <p>Alunno ... Classe... Scuola...</p>  <p>Hai a disposizione questi dodici pentamini: -E' possibile ottenere con ciascuna figura una scatola aperta, senza staccare i quadrati uno dall'altro? -Fai le tue congetture poi colora solo i pentamini che, secondo te, sono lo sviluppo piano di una scatola con sole cinque facce Scrivi la procedura utilizzata per eliminare gli sviluppi non corretti:</p>	<p>Scheda 3 Dai pentamini a una scatola cubica aperta (per la verifica)</p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p> <p>Ritaglia i pentamini, che ti sono stati consegnati, seguendo il contorno e utilizzali per verificare la tua congettura.</p> <p>Conclusioni: </p>
<p>Scheda 4 Dai pentamini al cubo (Dalla scatola aperta alla scatola chiusa)</p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p> <p>Problema: La scatola chiusa Luisa ha costruito con alcuni pentamini delle scatole cubiche aperte. Ora vorrebbe ottenere una scatola chiusa, perciò decide di aggiungere un quadrato allo sviluppo di ciascun pentamino, ottenendo così degli esamini.</p> <p>Ha già pronti tre pentamini e tre quadrati</p>  <p>Ora deve attaccare a ciascuno il sesto quadrato, ma si trova in difficoltà. Sai aiutarla ad attaccare il sesto quadrato, in modo che chiudendo la figura si ottenga un cubo? Giustifica le tue scelte</p>	<p>Scheda 5 Dagli esamini a una scatola cubica chiusa (per la verifica)</p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p> <p>Riproduci gli sviluppi degli esamini costruiti nella scheda 4 e ritagliali, seguendo il contorno. Utilizzali per verificare la tua congettura, costruendo, con ciascun esamino ottenuto, una scatola cubica chiusa.</p> <p>Giustifica le tue scelte</p>

<p>Scheda 6 Ricerca di regolarità</p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p> <p>a) Disporre pallini (o numeri) sulle facce del proprio cubo e compilare la parte A. b) Osservare un dado campione e compilare la parte B</p>					
Parte A			Parte B		
Descrivere il proprio dado, registrando nella tabella i numeri che hai scritto su ciascuna faccia, come ti viene richiesto			Registra sulla tabella i numeri che leggi sul dado campione, come ti viene richiesto		
	Numero di pallini su due facce opposte del proprio cubo	Somma di pallini su due facce opposte del proprio cubo		Numero di pallini su due facce opposte del dado campione	Somma di pallini su due facce opposte
<p>Verifica, confrontando la disposizione dei numeri sul dado campione con quella del tuo dado. Cosa noti?</p>					

<p>Scheda 7 Il dado di Anna (verifica)</p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p> <p>Anna sta costruendo un dado e decide di disegnare un numero di pallini su ogni faccia in modo che siano disposti come nei dadi veri. Osserva bene il suo disegno: in una faccia si vedono cinque pallini. Quanti pallini deve disegnare Anna su ciascuna delle altre facce?</p>  <p>Fai la tua congettura disegnando i pallini che mancano su ciascuna faccia del dado.</p> <p>Verifica la tua congettura, utilizzando il modello per costruire il dado di Anna: Osservazioni:</p>	<p>Scheda 8 I dadi da gioco (verifica) <i>Adattato da prove OCSE-PISA 2006</i></p> <p>Alunno... Classe... Scuola...</p> <p>I dadi sono cubi con le facce numerate secondo una regola che tu conosci già.</p> <p>Scrivi la regola</p> <p>La figura qui sotto mostra quattro cartoncini che puoi utilizzare per costruire un dado.</p>  <p>Quale/i dei seguenti sviluppi puoi ripiegare in modo da formare un dado che rispetti la regola? Argomenta la tua risposta</p>
--	--

4. ALCUNI RISULTATI DELLA SPERIMENTAZIONE

Il percorso descritto è stato inserito nella programmazione disciplinare di una classe prima della scuola Secondaria di primo grado "V. Alfieri" di Cagliari e messa in atto nella didattica quotidiana di un intero anno scolastico. L'esperienza, derivata da una collaborazione pluriennale del docente con il C.R.S.E.M., è scaturita dall'esigenza di sperimentare nuove situazioni didattiche con i propri alunni e dalla convinzione della fondamentale importanza di inserire

la geometria solida fin dalla prima classe, oltre che per continuità con la scuola primaria, anche per affrontare la geometria dello spazio contestualmente con quella del piano. (Cossu, Tocco, 2012-pag.47)

Si riportano nel paragrafo successivo la riflessione e le considerazioni sui risultati, descritti dalla docente nella relazione conclusiva del lavoro svolto con la propria classe.

4.1. La sperimentazione

Descriviamo le considerazioni dell'insegnante sperimentatore che ha realizzato l'attività dei pentamini nel periodo Gennaio- Maggio.

Si assegna per le vacanze di Natale il compito di costruire cinque quadrati congruenti con cartoncino colorato. La maggior parte degli alunni, al rientro, porta i propri quadrati. Viene quindi data la consegna: *"costruisci figure geometriche diverse, utilizzando tutti i quadrati, senza sovrapporli, accostandoli per l'intero lato"*.

Dopo una prima fase di manipolazione libera si distribuisce la **Scheda1a**. I ragazzi chiedono *"quante figure, concave o convesse?"* L'insegnante dà le seguenti indicazioni *"possibilmente sia concave che convesse e almeno due"*. Le figure geometriche vengono disegnate sul retro della scheda con il contorno in rilievo e, di colore diverso; viene indicato anche il nome della figura in base al numero dei lati.

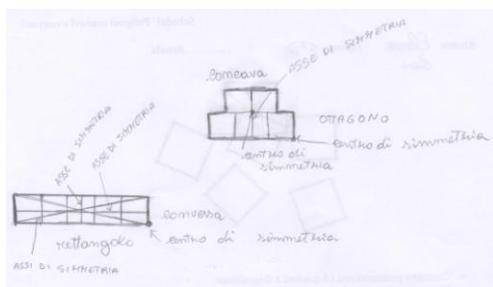


Figura 1

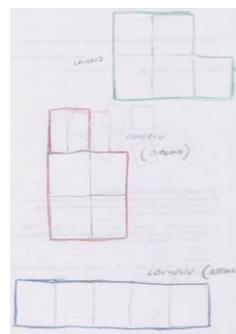


Figura 2

Dall'analisi delle schede si osserva che le indicazioni non sempre vengono seguite: i lati dei quadratini non coincidono (fig.1) e si rappresenta lo stesso poligono cambiando solo posizione (fig.2).

Con il lavoro di gruppo la situazione inizia a migliorare. Passando fra i banchi si cerca di fare in modo che all'interno dei gruppi si scelgano figure diverse da disegnare alla lavagna e sottoporle alla classe per la verifica. Dal confronto emergono le seguenti conclusioni: **si formano 12 pentamini che hanno la stessa area.**

Si introduce il termine equiestensione, si scopre che 11 pentamini su 12 hanno non solo la stessa area ma anche lo stesso perimetro; sono cioè contemporaneamente isoperimetrici ed equiestesi. Questa osservazione non era stata fatta durante il lavoro individuale; la maggior degli alunni aveva infatti ipotizzato perimetri diversi.

Gli assi di simmetria vengono individuati in modo meno confuso rispetto all'individuazione del centro di simmetria che si tralascia poiché i ragazzi non sono ancora pronti.

Si coglie l'occasione per introdurre in modo naturale l'utilizzo delle lettere minuscole per determinare il perimetro e l'area, con la seguente richiesta: *"come posso indicare i lati del poligono?"* Emerge la seguente risposta 12•a per i pentamini isoperimetrici e $5 \cdot a^2$ per l'area.

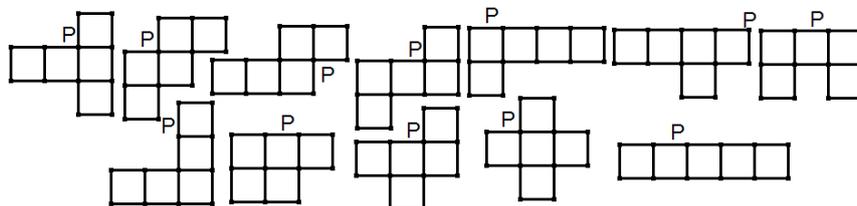


Figura 3 I dodici pentamini

All'inizio di febbraio si propone agli alunni la **Scheda2** riguardante la costruzione di scatole cubiche aperte da esaminare individualmente con la richiesta di formulare le ipotesi di soluzione colorandole.

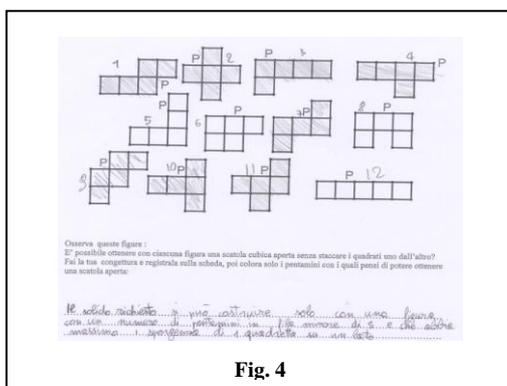


Fig. 4

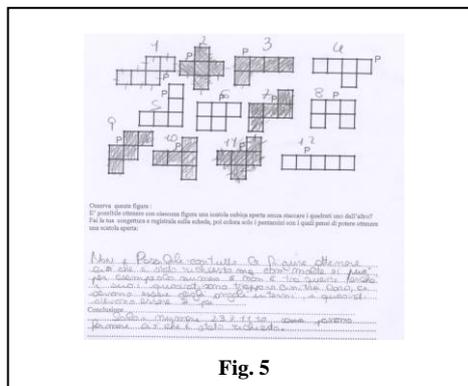


Fig. 5

Dall'analisi degli elaborati si nota che alcuni alunni individuano gli otto pentamini con cui posso ottenere le scatole aperte e cercano di stabilire un criterio, altri sono più insicuri. La lezione successiva attraverso il lavoro di gruppo si verificano le ipotesi ritagliando e provando a costruire le scatole con i pentamini individuati utili alla costruzione della scatola aperta.

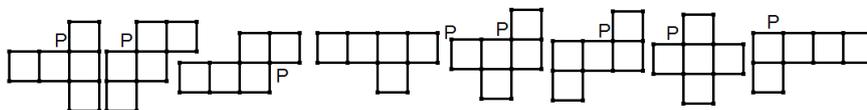


Figura 3 Gli otto pentamini

Per casa viene assegnato a ciascuno alunno il compito, di riprodurre uno degli otto pentamini in cartoncino, a cui poter aggiungere "il tappo" mancante con l'intento di far costruire un cubo da utilizzare per la scoperta delle regolarità nel dado da gioco.

La lezione successiva la scatola chiusa viene portata a scuola, non da tutti, ma, grazie ad una riserva di cubi, si può comunque procedere nella trasformazione della scatola in dado. Dopo aver analizzato ed enunciato gli elementi geometrici del cubo, gli alunni vengono invitati a trasformare il cubo in dado da gioco inserendo su ciascuna faccia a loro piacimento i numeri da 1 a 6. La tabulazione alla lavagna della somma delle facce opposte dà i seguenti risultati

Cubo		x 5	
Facce parallele			
1	5 = 6	1	3 = 4
6	2 = 8	4	2 = 6
4	3 = 7	5	6 = 11
1	3 = 4	6	4 = 10
3	6 = 8	3	5 = 8
5	4 = 9	1	2 = 3
2	4 = 6	1	2 = 3
1	6 = 7	4	2 = 6
5	5 = 8	1	3 = 4
1	6 = 7	Molte persone hanno seguito un ordine crescente e certe combinazioni sono usate uguali. Inoltre si può abbassare il numero più grande sul più piccolo e così via, ottenendo sempre la stessa somma.	
2	5 = 8		
3	4 = 9		
1	6 = 7		
3	5 = 8		
2	4 = 6		

“Si discute sul criterio usato per apporre i numeri, un gruppo ha seguito la sequenza dei numeri naturali: 1-2-3-4, infine nelle facce parallele rimaste si scrive 6 e 5; altri hanno disposto i numeri in modo casuale, Marco ha invece messo nelle facce parallele un numero più grande pari 6 e uno più piccolo dispari ottenendo sempre lo stesso numero 7. A questo punto Elena ha ricordato che si comportano allo stesso modo le coppie additive del 10 (1-2-3-4-5-6-7-8-9) sommando il più grande con il più piccolo e ancora del 9 se si arriva fino ad 8, 7 se si arriva fino a 6”.

A casa si assegna il seguente compito: “Procurarsi un dado e controllare se la scoperta fatta in classe corrisponda alla realtà”. L’indomani a scuola i ragazzi arrivano con coloratissimi dadi da mostrare e confermare che “la somma dei numeri delle facce parallele dei dadi è sempre sette”. Il momento, data l’evoluzione dell’apprendimento e gli obiettivi già raggiunti, sembra propizio per arrivare alla generalizzazione della regola riguardante la costante della somma dei numeri delle facce opposte, valida per tutti i poliedri regolari.

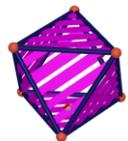
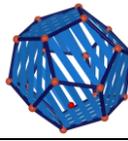
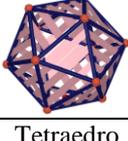
Dopo alcuni giorni si propone ai ragazzi l’attività riguardante i poliedri regolari, si consegna a ciascuno lo sviluppo di un modello di poliedro regolare da chiudere a casa.

La lezione successiva ciascuno osserva il proprio modello e compila la scheda sui poliedri regolari. Gli alunni possono scambiarsi i modelli in modo da analizzare tutti i poliedri regolari ma, il lavoro viene svolto individualmente.



Figura 4 Alla ricerca della regolarità

Gli alunni devono mettere in relazione il numero delle facce con il numero che indica la somma dei punti su due facce opposte e scrivere la regolarità, in una tabella come quella riportata di seguito.

Poliedri regolari	Numero(n) e forma delle facce	Numero di pallini su due facce opposte del poliedro	Somma di pallini su due facce opposte	Generalizzazione (n = n° delle facce del poliedro)
Esaedro 	6 quadrati	1,6 2,5 3,4	7 7 7	
Ottaedro 				
Dodecaedro 				
Icosaedro 				
Tetraedro 				

Si è osservata una certa difficoltà da parte di alcuni alunni nell'individuare la modalità da utilizzare per rilevare le facce opposte: l'insegnante consiglia di poggiare la figura sul banco, piuttosto che tenerla in mano. Alcuni alunni osservano che il tetraedro "non ha facce parallele". Due alunni completano la scheda avendo analizzato solo uno dei poliedri, individuando la regolarità $n+1$. Come mostra l'elaborato di fig. 7, gli alunni scoprono la regola: *la somma dei numeri delle facce parallele si ottiene aggiungendo uno al numero delle facce del poliedro considerato.*

Poliedri regolari	Numero (n) e forma delle facce	Numero di pallini su due facce opposte del poliedro	Somma di pallini su due facce opposte	Generalizzazione (n = n° delle facce del poliedro)
Esaedro	6 quadrati	1,6 2,5 3,4	7 7 7	La somma di pallini su 2 facce opposte è uguale al n° delle facce di un poliedro + 1 e il n° di pallini su due facce opposte del poliedro è: il più grande col più piccolo il 2° più grande col 2° più piccolo
Ottaedro	8 triangoli	1,8 2,7 3,6 4,5	9 " " "	
Dodecaedro	12 pentagoni	1,12 2,11 3,10 4,9 5,8 6,7	13 " " " " "	
Icosaedro	20 triangoli	1,20 2,19 3,18 4,17 5,16 6,15 7,14	21 " " " " " "	
Tetraedro	4 triangoli	Il tetraedro non ha facce opposte, ma in base dovrebbe essere: 1,4 2,3	5 "	

Poliedri regolari	Numero (n) e forma delle facce	Numero di pallini su due facce opposte del poliedro	Somma di pallini su due facce opposte	Generalizzazione (n = n° delle facce del poliedro)
Esaedro	6 quadrati	1,6 2,5 3,4	7 7 7	$n + 1$
Ottaedro	8 triangoli	1,8 2,7 3,6 4,5	9 " " "	$n + 1$
Dodecaedro	12 pentagoni	1,12 2,11 3,10 4,9 5,8 6,7	13 " " " " "	$n + 1$
Icosaedro	20 triangoli	1,20 2,19 3,18 4,17 5,16 6,15 7,14	21 " " " " " "	$n + 1$
Tetraedro	4 triangoli			

mettere in relazione il numero delle facce con il numero che indica la somma dei punti su due facce opposte e scrivere la regolarità $n + 1$

Figura 5 - Regola trovata

La regola è espressa da un alunno nella forma simbolica $n + 1$, dall'altro nel linguaggio naturale.

Per verificare la validità della regola si chiede di determinare il numero della faccia del poliedro poggiata sul piano del banco e quindi non visibile: Si gioca con tutti i poliedri in modo da convincere chi ha ancora dei dubbi.

Osservazioni conclusive. L'avvio dell'attività è avvenuto partendo da situazioni problematiche che gli allievi hanno affrontato, prima individualmente e poi in piccoli gruppi, alla ricerca delle soluzioni mediante il confronto dei singoli tentativi ed esclusione degli errori. Nel gruppo i ragazzi si sono cimentati in un lavoro di *tipo collaborativo fra pari* e hanno potenziato le loro conoscenze e le competenze disciplinari e relazionali. Con gli opportuni adattamenti al contesto della classe e al livello cognitivo e di maturazione degli allievi il curriculum progettato è diventato curriculum reale per un apprendimento consapevole in cui gli alunni hanno affrontato i vari passaggi per eseguire il compito assegnato in un continuo evolversi del sapere in atto. Il docente ha avuto il ruolo di mediatore del sapere in costruzione, interagendo con i propri alunni discostandosi, talvolta, dall'articolazione suggerita nel curriculum, a favore dell'evoluzione dell'apprendimento.

RIFERIMENTI

- Bessot A. (1994), Panorama del quadro teorico della didattica della Matematica in Francia, *L'educazione Matematica*, 2, 1, pp. 37-74, C.R.S.E.M., Cagliari.
- Cossu L., Tocco A. M. (2012), Geometria solida in prima secondaria di primo grado: due laboratori a confronto, *L'educazione Matematica*, 2, 1, pp. 47-67, CRSEM, Cagliari.
- Polo M., Sanna D., Mallocci, P. (2013), Geometria in movimento, Supplemento *L'educazione Matematica*, 3, 1, CRSEM, Cagliari.
- Polo M., Mallocci P., Montis A., (2006), L'integrazione delle TIC nella pratica didattica a livello di scuola primaria e secondaria di primo grado: il caso di un'esperienza di formazione sul software Cabri Géomètre, in (a cura di) Andronico & altri, Atti Convegno Nazionale Didattica, Cagliari 11-13 Maggio 2006, pp.151- 162, ED. AICA
- UMI-CIIM, Matematica 2001, <http://www.umi-ciim.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/>¹⁷

¹⁷ Si vedano anche riferimenti bibliografici in questo fascicolo a pag. 24