Anno XXXIV - Serie X - Vol. 3

n. 2 - Agosto 2013

Rivista quadrimestrale a cura del
Centro di ricerca e sperimentazione dell'Educazione Matematica
di Cagliari

Poste Italiane SpA - Spedizione in abbonamento postale - 70% - C/CA

NUOVA SERIE

L'educazione Matematica

ISSN 1120-4850

Autorizzazione n. 399 del Tribunale di Cagliari in data 23-04-1980

Proprietà ed Amministrazione: C.R.S.E.M. – Cagliari
Sede Legale - Sede Amministrativa e gestionale:
c/o Dipartimento di Matematica e Informatica
via Ospedale, 72 - 09124 Cagliari

Sito web: http://cli.sc.unica.it/crsem
A cura di Giuseppina Corrias

Stampa: Industria Grafica Editoriale Sarda - www.iges.it - Via Beethoven 14 - 09045 Quartu Sant'Elena

L'educazione Matematica

Indice

INFORMAZIONI PER GLI AUTORI

La rivista «L'educazione Matematica» pubblica contributi riguardanti le ricerche in didattica, storia ed epistemologia della matematica; l'innovazione delle pratiche scolastiche nei differenti livelli scolastici; testi a carattere matematico e interdisciplinare di interesse per la formazione degli insegnanti.
Gli articoli proposti per la pubblicazione nella rivista dovranno pervenire alla redazione per posta elettronica in formato doc all'indirizzo email: mpolo@unica.it, riportando la dicitura: AUTORE/PROPOSTA PUBBLICAZIONE

Gli articoli dovranno indicare il titolo, nome e cognome dell'autore, qualifica, istituto di appartenenza, indirizzo postale e di e-mail e numero di telefono.
Inoltre, l'articolo dovrà contenere abstract e parole chiave in lingua italiana e inglese, introduzione, conclusione e bibliografia di riferimento, secondo le indicazioni fornite. Figure, grafici e tabelle dovranno essere inseriti nel testo.
Sul sito http://cli.sc.unica.it/crsem, è possibile scaricare il file doc del format per la redazione dell'articolo.

INFORMAZIONI SULLE ATTIVITA' DEL CRSEM

- Ciclo di seminari; Mostre; Corsi di aggiornamento; Sperimentazioni didattiche in vari ordini di scuola (per informazioni rivolgersi alla segreteria il mercoledì dalle 10.00 alle 13.00: 0706758528; e-mail: crsem.segreteria@gmail.com)
- Redazione della presente rivista, e-mail: mpolo@unica.it
- Rally Matematico Transalpino (sezioni ARMT afferenti al CRSEM) responsabili Maria Polo, Sandro Deplano, (Cagliari) e-mail: crsem_rally@yahoo.it; Francesca Tanda (Perugia) e-mail: mariafrancesca.tanda@tiscali.it; Speranza Dettori e Salvatore Sini (Sassari) e-mail: s_dettori@virgilio.it, salvatorecarlo.sini@gmail.com
- Campionati Internazionali di Giochi Matematici (semifinali locali responsabili: Maria Polo – Annelise Murgia, con la collaborazione del Comitato ScuolaCitta e-mail: giochimatematici.ca@tiscali.it)

Sito web: http://cli.sc.unica.it/crsem
A cura di Giuseppina Corrias

Rivista quadrimestrale edita dal
Centro di Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica di Cagliari
Anno XXXIV – Serie X – Vol.3
n. 2 – agosto 2013

EDITORIALE

SCIENZE INTEGRATE E MATEMATICA

Le linee guida delle Indicazioni Nazionali per tutti gli indirizzi della scuola secondaria sostengono trasversalmente la necessità di realizzare una integrazione delle scienze ed una pratica laboratoriale. Nei risultati di apprendimento comuni a tutti i percorsi liceali per l'area scientifica, matematica e tecnologica si legge che, a conclusione dei percorsi di ogni liceo, gli studenti dovranno:

- *Comprendere il linguaggio formale specifico della matematica, saper utilizzare le procedure tipiche del pensiero matematico, conoscere i contenuti fondamentali delle teorie che sono alla base della descrizione matematica della realtà.*
- *Possedere i contenuti fondamentali delle scienze fisiche e delle scienze naturali (chimica, biologia, scienze della terra, astronomia), padroneggiandone le procedure e i metodi di indagine propri, anche per potersi orientare nel campo delle scienze applicate. (Indicazioni liceo scientifico p. 11).*

Per la Matematica in particolare le Indicazioni affermano che *al termine del percorso del liceo scientifico lo studente conoscerà i concetti e i metodi elementari della matematica, sia interni alla disciplina in sé considerata, sia rilevanti per la descrizione e la previsione di fenomeni, in particolare del mondo fisico. Egli saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale. Lo studente avrà acquisito una visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico. (Indicazioni liceo scientifico pag. 32).*

Ma anche le Linee guida dei Tecnici[1] esprimono esplicitamente un punto di vista analogo sulle pratiche laboratoriali e sulla integrazione delle scienze.

Il laboratorio è concepito, nei nuovi ordinamenti dell'istruzione tecnica, non solo come il luogo nel quale gli studenti mettono in pratica quanto hanno appreso a livello teorico attraverso la sperimentazione di protocolli standardizzati, tipici delle discipline scientifiche, ma soprattutto come una metodologia didattica innovativa, che coinvolge tutte le discipline, in quanto facilita la personalizzazione del processo di insegnamento/apprendimento che consente agli studenti di acquisire il "sapere" attraverso il "fare", dando forza all'idea che la scuola è il posto in cui si "impara ad imparare" per tutta la vita. Tutte le discipline possono, quindi, giovarsi di momenti laboratoriali, in quanto tutte le aule possono diventare laboratori. Il lavoro in laboratorio e le attività ad esso connesse sono particolarmente importanti perché consentono di attivare processi didattici in cui gli allievi diventano protagonisti e superano l'atteggiamento di passività e di estraneità che caratterizza spesso il loro

---

[1] http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/nuovi_tecnici///INDIC/_LINEE_GUIDA_TECNICI_.pdf

atteggiamento di fronte alle lezioni frontali. (…) *Le scienze integrate non vanno intese come una nuova disciplina, nella quale si fondono discipline diverse, ma come l'ambito di sviluppo e di applicazione di una comune metodologia di insegnamento delle scienze. Essenziale al riguardo è la ricerca e l'adozione di un linguaggio scientifico omogeneo, di modelli comparabili, nonché di temi e concetti che abbiano una valenza unificante*. *Integrare non significa affidarsi ad accostamenti improvvisati, quanto piuttosto impegnarsi in un'operazione di alto profilo culturale, che richiede consapevolezza, apertura mentale e grande padronanza del sapere scientifico, non disgiunto dalla volontà e dalla propensione al lavoro di equipe*. *Le scienze integrate (…) richiedono espressamente un cambiamento del metodo di approccio nella progettazione e programmazione didattica e curriculare*. *Le composizioni e le articolazioni degli argomenti di queste discipline, richiedono infatti nuove forme di comunicazione e di cooperazione fra i docenti: essi sono chiamati a valutare, nell'esercizio delle proprie funzioni e nel rispetto della libertà di insegnamento, la possibilità di congiungere, integrare e armonizzare, in termine di risorse, le informazioni offerte agli studenti dai diversi punti di vista*. *Sul piano curriculare, l'insegnamento delle scienze integrate intende ricondurre il processo dell'apprendimento verso lo studio della complessità del mondo naturale, (…). L'osservazione dei fenomeni, la proposta di ipotesi e la verifica sperimentale della loro attendibilità, permettono agli studenti di valutare la propria creatività, di apprezzare le proprie capacità operative e di sentire più vicini i temi proposti*. (Linee Guida per i Tecnici, pp. 25 26)

Riteniamo questi assunti delle Indicazioni non solo rilevanti per la scuola secondaria, ma anche suggestivi rispetto ad una innovazione didattica che dovrebbe partire fin dai primi anni della scuola primaria. Vogliamo sottolineare anche l'importanza del punto di vista epistemologico che ne deriva, riguardo alla visione culturale e in chiave storica per la matematica e per altre discipline dell'ambito scientifico.

Questo secondo[2] fascicolo del trentaquattresimo anno di vita della rivista ha raccolto alcuni lavori che forniscono spunti, in ambiti diversi, per la messa in opera di quegli aspetti delle Indicazioni Nazionali che abbiamo evidenziato.

Maria Polo

[2] Inviato alle stampe e spedito a soci ed abbonati a Dicembre 2015 per motivi organizzativi e amministrativi. Ci scusiamo con i soci del CRSEM e con tutti gli abbonati e gli autori per l'irregolarità nei tempi di pubblicazione che le ultime annate hanno subito.

INTEGRAZIONE DI APPRENDIMENTO FORMALE E NON FORMALE PER PROMUOVERE IL CAMBIAMENTO EDUCATIVO IN MATEMATICA

Giampaolo Chiappini[1], Giacomo Cozzani[2], Giovanni Filocamo[3]

ABSTRACT

The educational transformation in the mathematical field is a well established need in all educational systems. The change should concern the competences to be thought and above all the way they are thought and learnt.
The European lifelong learning policies led us to distinguish among different forms of learning; formal, informal and non-formal in which people may be involved.
This study is based on the assumption that the integration among these different forms of learning could foster an educational change in the mathematical field meeting the needs of today's society.
This work shows the experiences of AlgebricaMente Lab, promoted by CNR. It underlines the main features of the educational settlement carried out in this lab and the contribution it can give to promote and foster an educational transformation.

Keywords: formal learning, non-formal learning, informal learning, pragmatic and digital artifacts, AlNuSet, AlgebricaMente Lab, MateFitness.

INTRODUZIONE

Le ultime due decadi hanno visto un grande sviluppo di ricerche sull'uso della tecnologia digitale nell'insegnamento e apprendimento della matematica, ma tali ricerche non hanno avuto una significativa influenza sulla pratica didattica che è rimasta in larga misura sostanzialmente inalterata (Chiappini, 2007). Questo è successo perché la ricerca sino ad oggi non è riuscita a tenere sufficientemente in considerazione le sfide che la tecnologia digitale pone in questo contesto d'uso (Joubert, 2012). Un recente rapporto del Joint Mathematical Council del Regno Unito (Clark-Wilson, Oldknow and Sutherland, 2011) afferma che "the use of technology within mathematics is underused, and where it is used, its full potential is generally underexploited. […] Where digital mathematical tools such as graphing calculators, dynamic geometry, and spreadsheets are used, these are conceived primarily as presentational, visual and computational aids rather than as instruments to facilitate mathematical thinking and reasoning".
La situazione descritta in questo rapporto non è assolutamente dissimile da quella italiana. A distanza di oltre 20 anni dall'introduzione del computer nella scuola, varie ricerche hanno evidenziato che continua ad essere carente il coinvolgimento degli studenti nell'uso della tecnologia per affrontare problematiche che siano rilevanti per la

---

[1] Istituto per le Tecnologie Didattiche – CNR
[2] Istituto per le Tecnologie Didattiche – CNR
[3] Ufficio Promozione e Sviluppo di Collaborazioni - CNR

formazione matematica. La tecnologia, quando è utilizzata, costituisce uno strumento di supporto per arricchire le usuali pratiche didattiche centrate sul manuale scolastico con qualche attività che meglio "trasmetta" qualche contenuto o qualche concetto (per esempio sfruttando le possibilità interattive, multimediali e di visualizzazione offerte da queste tecnologie). Il risultato è che la pratica didattica rimane sostanzialmente stabile. Il caso dei software di geometria dinamica come Cabri o Geogebra è emblematico al riguardo. A oltre vent'anni dall'avvento di questi software, notiamo che il loro uso non è stato in grado di modificare le pratiche didattiche della geometria nella scuola secondaria di primo e secondo grado, nonostante la ricerca abbia evidenziato le grandi potenzialità educative di questi strumenti (Chiappini, 2007). La disponibilità di nuovi e sofisticati artefatti digitali per l'attività didattica è condizione necessaria ma non sufficiente per promuovere il cambiamento educativo indispensabile per rispondere alle sfide della società della conoscenza.

1 NECESSITÀ DI INNOVARE L'EDUCAZIONE MATEMATICA

La necessità di un cambiamento formativo in ambito matematico è oggi riconosciuta in tutti i sistemi educativi. Il cambiamento deve riguardare le competenze da insegnare e soprattutto il modo in cui insegnarle.

Per quanto riguarda le competenze da insegnare, notiamo che oggi il mondo del lavoro richiede persone che sappiano confrontarsi con una miriade di compiti in cui sono coinvolti concetti di tipo quantitativo, spaziale, probabilistico, e altri tipi di concetti matematici, e che sappiano ragionare in modo matematico per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. Queste competenze sono oggi giudicate indispensabili per svolgere un ruolo consapevole e attivo nella società e per continuare ad apprendere per tutta la vita (si veda a tale riguardo le indicazioni che emergono dal test OCSE- PISA). Inoltre, è importante sottolineare che l'attività matematica è oggi mediata dall'uso della tecnologia digitale. L'uso di questa tecnologia richiede la capacità di essere fluenti nel linguaggio matematico di input e di output con la tecnologia e di saper interpretare gli aspetti quantitativi, probabilistici e spaziali che emergono nell'interazione con essa rispetto ad una realtà che è spesso molto più complessa di quella affrontata nel passato. L'educazione matematica dovrebbe pertanto favorire lo sviluppo di queste competenze. Invece, la pratica didattica scolastica in ambito matematico è ancora molto centrata sullo sviluppo di competenze procedurali, mnemoniche e computazionali. Queste ultime sono sempre meno richieste nel mercato del lavoro in quanto ormai distribuite nel funzionamento di programmi digitali.

Per quanto riguarda il modo di insegnare, osserviamo che la vita dei giovani oggi è completamente modellata dall'uso di tecnologia digitale al punto che essi non sono neppure in grado di concepire una vita senza l'uso di essa. Sono abituati ad utilizzare la tecnologia digitale per accedere ad informazioni, per comunicare e interagire tra loro, per realizzare prodotti multimediali (foto, filmati) e anche brevi testi e condividerli in rete. Questi studenti mostrano un'insofferenza crescente verso i contesti di apprendimento molto formalizzati dell'istituzione scolastica, come quelli delle pratiche didattiche di matematica centrate sull'uso dei manuali scolastici e su lezioni ex cathedra. Vivono questa realtà scolastica come estranea al loro modo di apprendere contenuti e conoscenze nelle pratiche di vita quotidiana (Jenkins, 2010). Oggi i contesti di vita mediati dall'uso della tecnologia offrono occasioni di apprendimento di tipo informale che si adattano

molto bene alle esigenze e alle caratteristiche delle nuove generazioni ma che non trovano ancora un'adeguata attenzione all'interno dell'istituzione scolastica.
L'educazione matematica deve essere in grado di usare queste nuove forme di apprendimento nella pratica didattica. Perché questo possa succedere è necessario che gli insegnanti siano in grado di comprendere le potenzialità educative dell'apprendimento di tipo informale per poterlo integrare nella loro pratica didattica.

2 PRINCIPALI CARATTERISTICHE DELL'APPRENDIMENTO FORMALE, NON FORMALE E INFORMALE

Le politiche di lifelong learning realizzate in sede comunitaria negli ultimi quindici anni hanno posto al centro dell'attenzione la necessità di chiarire le differenti forme di apprendimento in cui le persone possono essere coinvolte nel corso della loro vita. Questo ha portato a distinguere tra apprendimento formale, non formale e informale (OCED, 2007).
L'apprendimento formale è l'apprendimento realizzato in un contesto istituzionale, che è stato appositamente progettato dall'istituzione in termini di obiettivi, tempi e risorse per l'apprendimento. L'apprendimento che si realizza normalmente nell'istituzione scolastica è un chiaro esempio di apprendimento formale. Esso è storicamente centrato sul manuale scolastico della materia che viene insegnata. L'insegnante, attraverso lezioni ex cathedra, ne espone i contenuti cercando di favorirne la comprensione da parte degli studenti attraverso opportune strategie comunicative e didattiche.
Ogni insegnamento scolastico è caratterizzato da obiettivi di apprendimento (generalmente decisi esternamente, orientati dal curriculum della materia e articolati per livelli scolastici) che devono essere perseguiti secondo una scansione temporale ben definita dei contenuti da insegnare. L'insegnante monitora il processo di apprendimento e valuta i risultati raggiunti dagli studenti, risultati riconosciuti attraverso certificati e diplomi. L'apprendimento formale è intenzionale dal punto di vista del discente.
L'apprendimento non formale è, invece, un apprendimento generalmente sviluppato al di fuori del sistema educativo formale. Viene realizzato nell'ambito di attività, pianificate da un'organizzazione, che richiedono in genere pochi prerequisiti, hanno breve durata e in generale sono supportate da un facilitatore o da un animatore scientifico. L'apprendimento non formale avviene in contesti che, in generale, sono temporanei (per esempio, partecipazione ad uno stage o ad un evento di formazione esterno alla scuola). Le attività sono programmate ma raramente sono strutturate da ritmi convenzionali. Nella maggioranza dei casi anche questo apprendimento è intenzionale dal punto di vista del discente (per esempio, gli studenti che partecipano ad eventi organizzati da MateFitness sanno che faranno cose di matematica e che, partecipando all'evento, impareranno qualcosa di questa disciplina). Esso però avviene in situazioni e contesti e con modalità di partecipazione che sono molto diversi da quelli scolastici. Le attività sono normalmente destinate a target group specifici ma raramente vengono valutati o certificati gli obiettivi raggiunti in modi convenzionali.

Per apprendimento informale si intende, infine, un apprendimento che avviene in una varietà di luoghi (casa, lavoro e anche scuola) attraverso interazioni quotidiane e relazioni condivise tra i membri di quel contesto. Si può caratterizzare attraverso tre diverse modalità di sviluppo: auto-apprendimento, apprendimento incidentale, apprendimento tacito. Queste tre modalità di apprendimento informale differiscono tra loro in termini di intenzionalità e consapevolezza. L'auto-apprendimento, per esempio, è intenzionale e cosciente. L'apprendimento incidentale è l'apprendimento che emerge come sottoprodotto nel realizzare qualcosa di diverso (visitare un museo, una mostra, prender parte a un laboratorio interattivo, …). In generale, non è intenzionale ma dopo l'esperienza ci si può rendere conto del fatto che un apprendimento ha avuto luogo. L'apprendimento tacito non è né intenzionale né cosciente (anche se successivamente si può prendere coscienza di questo apprendimento). L'esempio paradigmatico di apprendimento informale tacito è l'apprendimento della madrelingua.

Poiché l'apprendimento è il risultato di una partecipazione ad una pratica sociale, la distinzione tra apprendimento formale, non formale e informale può aiutare a chiarire come le modalità della partecipazione possano influire sull'apprendimento. Tutte le situazioni di apprendimento possono presentare caratteristiche sia formali che informali ma queste sono interrelate tra loro in modo differente, a seconda delle situazioni (Hodkinson et Al, 2003). Le caratteristiche formali e informali della situazione educativa e il modo in cui sono interrelate tra loro strutturano il tipo di partecipazione che può prendere vita nella pratica. Questa, a sua volta, influenza la natura e l'efficacia dell'apprendimento.

In ambito scolastico vi sono molte difficoltà ad integrare forme di apprendimento non formale e informale con quello formale dell'istituzione scolastica. Le ragioni sono diverse: vincoli oggettivi, spesso di natura istituzionale, che ostacolano lo sviluppo di esperienze di integrazione (mancanza di tempo, difficoltà nel gestire l'esperienza da parte degli insegnanti,…), carenza nella formazione degli insegnanti, carenza di proposte che gli insegnanti possano riconoscere come efficaci per il loro insegnamento.

Di seguito illustriamo un'esperienza in ambito matematico realizzata dall'equipe di MateFitness e da ricercatori di ITD-CNR che presenta principalmente caratteristiche di apprendimento non formale. Si tratta dell'esperienza laboratoriale chiamata AlgebricaMente, che negli ultimi anni ha coinvolto un alto numero di classi della scuola media e ha riscosso un forte apprezzamento sia da parte degli studenti che degli insegnanti che hanno partecipato alle attività. Nel seguito verranno descritte alcune attività realizzate nell'ambito di questo laboratorio interattivo sperimentale e il modo in cui sono state gestite. Questa descrizione costituirà il riferimento per mettere in evidenza le caratteristiche dell'attività e della sua gestione che determinano un apprendimento non formale in algebra. Esso è diverso da quello che emerge generalmente nel contesto scolastico. La messa a fuoco di tali caratteristiche può essere utile per comprendere come l'apprendimento non formale che prende vita nel laboratorio di AlgebricaMente possa essere interrelato con quello formale della pratica scolastica e contribuire a innovare l'insegnamento dell'algebra.

3 IL LABORATORIO ALGEBRICAMENTE

Durante l'estate del 2010 nasce l'idea di creare un laboratorio che fondasse le proprie radici nell'unione delle esperienze didattico-divulgative sviluppate dal progetto MateFitness (che è un progetto ideato e organizzato dall'ufficio Promozione e Sviluppo di Collaborazioni del CNR) con la ricerca condotta dall'Istituto per le Tecnologie Didattiche (ITD) del CNR nello sviluppo di un ambiente digitale per l'apprendimento dell'algebra.

Coloro che hanno progettato le attività laboratoriali di Algebricamente hanno competenze molto diversificate.

L'equipe di MateFitness ha sviluppato una significativa esperienza nell'animazione scientifica e nella divulgazione della matematica attraverso l'organizzazione della "palestra della matematica" e di eventi di divulgazione scientifica di tutta Italia, in particolare nell'ambito del Festival della Scienza di Genova. L'esperienza di MateFitness è centrata su attività laboratoriali interattive con l'uso di exhibit in legno costruiti ad hoc e di oggetti comuni che, a partire dal 2006, hanno coinvolto un numero di studenti che è prossimo alle 300.000 unità. Gli studenti vengono coinvolti nelle attività laboratoriali attraverso una metodologia in grado di coniugare aspetti ludici e riflessioni rigorose all'interno di percorsi mirati e ben calibrati relativi a vari contenuti della matematica: dalla geometria alla logica, dall'analisi alla topologia fino, appunto, all'algebra (maggiori informazioni su MateFitness al sito www.matefitness.it).

ITD-CNR possiede competenze relative alla ricerca in didattica della matematica e nella progettazione, sviluppo e sperimentazione di nuovi artefatti digitali a supporto dell'insegnamento e apprendimento della matematica. Nell'ambito del progetto "AlgebricaMente" ITD ha reso disponibile l'uso del sistema AlNuSet e competenze relative alla progettazione di attività laboratoriali mediate da questo sistema che possano costituire un supporto per quelle della pratica scolastica ordinaria. AlNuSet è un software per l'attività algebrica che si compone di tre differenti ambienti strettamente integrati tra loro: l'ambiente retta algebrica, il manipolatore algebrico, e l'ambiente piano cartesiano (Chiappini & Pedemonte, 2010; Chiappini, Pedemonte & Robotti, 2007). In questo lavoro faremo riferimento solo all'ambiente retta algebrica che nell'esperienza in esame è stato installato su una Lavagna Interattiva Multimediale - LIM (maggiori informazioni sul funzionamento di AlNuSet e della retta algebrica al sito www.alnuset.com).

Il laboratorio AlgebricaMente è stato presentato per la prima volta nel 2010 durante l'ottava edizione del Festival della Scienza di Genova quando, all'interno della sede permanente di MateFitness, quattro animatori scientifici lo hanno proposto ad un gran numero di classi durante i giorni della rassegna. Il laboratorio si fonda sull'idea che sia possibile sviluppare concetti astratti dell'algebra attraverso una metodologia educativa capace di porre gli studenti, e il loro apprendimento, al centro della scena. Questo obiettivo viene perseguito attraverso attività che si avvalgono di strumenti di natura sia tattile che digitale, al fine di consentire agli studenti di compiere esperienze significative con oggetti e nozioni algebriche che risultano, in generale, di difficile concettualizzazione nella ordinaria pratica didattica.

Il laboratorio, sebbene fosse alla prima proposizione, ha ottenuto feedback molto positivi sia dagli insegnanti delle classi che dagli studenti. I primi hanno trovato le attività di

AlgebricaMente molto stimolanti per la propria didattica di classe. Gli studenti hanno apprezzato il modo concreto e talvolta divertente in cui venivano svolte le attività laboratoriali che hanno permesso loro di vedere sotto una luce nuova concetti con cui, in molti casi, si erano già rapportati durante le lezioni scolastiche.
Dopo questa prima positiva esperienza, il laboratorio è stato riproposto anche nell'edizione successiva del Festival della Scienza (2011) nella quale i partecipanti hanno manifestato nuovamente un forte apprezzamento. In questa edizione si è registrato che la quasi totalità dei professori coinvolti nell'edizione precedente si siano adoperati per garantire, ai propri nuovi alunni, la possibilità di sperimentare il laboratorio di AlgebricaMente.
A seguito di questo successo, si è scelto di fare uscire il laboratorio dai confini cittadini e di inserirlo in un vero e proprio tour che toccasse alcune importanti città italiane[4]. Nella primavera del 2012 il laboratorio di AlgebricaMente è entrato nelle scuole di sedici provincie di cinque differenti regioni (Liguria, Piemonte, Lombardia, Toscana ed Emilia Romagna) e ha coinvolto un totale di circa 4500 alunni e oltre cento insegnanti di matematica (maggiori informazioni al sito
http://www.matefitness.it/upload/images/varie/AlgebricaMente.pdf)

4 OBIETTIVI EDUCATIVI DEL LABORATORIO

Come tema per le attività di AlgebricaMente è stato scelto un argomento che nella pratica didattica della scuola secondaria di primo grado è affrontato generalmente con un approccio di tipo formale: gli insiemi numerici e le loro proprietà formali.
Le indicazioni nazionali per i piani di studio personalizzati nella scuola secondaria di 1° grado esplicitano che al termine di questo ciclo scolastico gli studenti debbano arrivare a sviluppare la capacità di "riconoscere i vari insiemi numerici con le loro proprietà formali e operare con essi".
(http://archivio.pubblica.istruzione.it/ministro/comunicati/2004/allegati/all_c.pdf).

La consultazione di un qualsiasi manuale scolastico evidenzia che questo obiettivo generalmente viene perseguito attraverso una segmentazione della presentazione dei vari insiemi numerici nei tre anni della scuola media (numeri naturali e razionali positivi nei primi due anni, relativi e irrazionali nel terzo anno). L'approccio didattico è centrato sulla presentazione delle proprietà formali caratterizzanti i vari insiemi numerici, le operazioni su di essi, ed è volto principalmente a sviluppare negli alunni competenze nelle tecniche di calcolo che sono specifiche dei vari insiemi numerici. Questo approccio didattico lascia in generale molto insoddisfatti gli insegnanti. La sensazione molto diffusa è che questo approccio costruisca molto poco in termini di comprensione dei concetti matematici in gioco, al di là dello sviluppo di qualche competenza nelle tecniche di calcolo.
Il laboratorio di AlgebricaMente non vuole essere un'alternativa alle lezioni didattiche formali ma si propone come uno strumento complementare ad esse. Fine ultimo del laboratorio è infatti quello di facilitare ai ragazzi la comprensione degli insieme numerici facendo loro compiere esperienze significative relative alle proprietà formali di tutti gli

---

[4] Il tour è stato possibile grazie al premio ottenuto dal progetto MateFitness da parte di Google Foundation

insiemi numerici contemplati nel curriculum di matematica della scuola media. Questo obiettivo viene perseguito attraverso una proposta laboratoriale che si fonda su situazioni gioco progettate ad hoc, sull'uso di exhibit specifici che incorporano proprietà degli insiemi numerici e di un ambiente di apprendimento digitale che offre nuove possibilità operative e rappresentative per operare nei vari insiemi numerici. Le attività del laboratorio di AlgebricaMente consentono di contestualizzare ed esplorare le proprietà degli insiemi numerici affinché gli studenti possano approcciarsi ai concetti matematici ad essi relativi mobilitando la propria intuizione e la propria esperienza visiva, spaziale e motoria. Con questo approccio cambia la modalità della partecipazione degli studenti all'attività rispetto alle modalità tipiche della pratica scolastica.

5 MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DEL LABORATORIO

La proposta di laboratorio ha una durata di circa due ore ed è articolata in quattro fasi di attività che sono svolte con differenti gradi di approfondimento a seconda del livello scolare della classe coinvolta.
Tutte le attività presentano una medesima struttura: iniziano con un compito che si configura come gioco o che comporta una operatività con specifici exhibit tangibili, continua con uno o più compiti di approfondimento per mezzo della LIM in cui è instanziato l'ambiente retta algebrica di AlNuSet e termina con una riflessione sull'attività svolta.

Riportiamo di seguito la descrizione di un'attività.
Il laboratorio inizia con un'attività che viene svolta con tutte le classi. A ciascun studente viene consegnata una tesserina magnetica sulla quale è rappresentato un numero che può appartenere all'insieme dei numeri naturali, dei relativi, dei razionali, dei reali (con gli studenti della prima classe i numeri sono limitati ai primi tre insiemi numerici citati). Agli studenti viene richiesto di mettersi in fila in modo ordinato in base al valore numerico assegnato a ciascuno. L'animatore supporta gli alunni nel raggiungimento dell'obiettivo (richiama tecniche algoritmiche per eseguire il confronto tra numeri, li invita a darsi una strategia per eseguire il confronto tra i numeri e trovare la loro posizione nella fila, il tutto coinvolgendo lo studente e/o creando una scena micro-teatrale che coinvolge l'intera classe, ecc …). Una volta raggiunta la giusta disposizione degli studenti nella fila viene chiesto a ciascuno di essi, cominciando dal primo della fila, di posizionare la propria tesserina numerata all'interno della struttura insiemistica presente sulla lavagna magnetica mostrata nella Figura 1.

In questa fase, eventuali errori compiuti dagli studenti nel posizionare la loro tesserina magnetica non vengono corretti.

Terminato questo compito, si accede alla LIM in cui è funzionante l'ambiente retta algebrica di AlNuSet per rappresentare su di essa i numeri rappresentati sulla lavagna magnetica. All'inizio la retta viene instanziata nel dominio dei numeri naturali e viene richiesto agli studenti di inserire su di essa tutti i numeri classificati sulla lavagna magnetica come naturali.
È importante osservare che in questo caso solo i numeri effettivamente appartenenti ai Naturali possono essere rappresentati sulla retta. Per esempio, se lo studente cercasse di

inserire il numero 1/3 o 0,3 questi non verrebbero rappresentati sulla retta di AlNuSet instanziata nei numeri naturali.

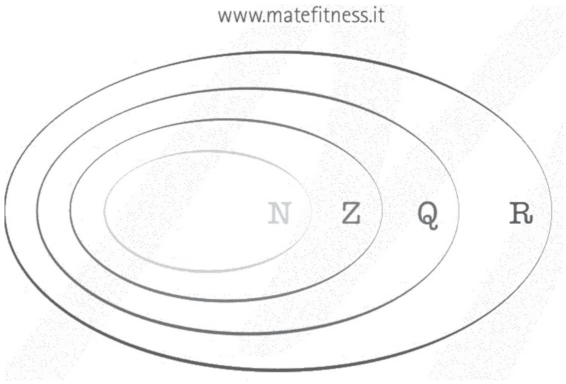


Figura 1 – Rappresentazione sulla lavagna magnetica

Questa caratteristica di funzionamento della retta permette di validare la disposizione dei numeri operata nella struttura insiemistica presente sulla lavagna magnetica. Poiché la retta algebrica può essere instanziata anche nel dominio dei numeri relativi e dei razionali, solitamente a questo punto l'animatore cerca di indirizzare la riflessione degli studenti verso la costruzione di un'idea per le nozioni di generalizzazione e specificazione in ambito insiemistico. E' possibile infatti verificare che mentre 1/3 appartiene ai numeri razionali e non ai numeri naturali, il numero 3 appartiene ai numeri razionali ma la sua collocazione in questo insieme è poco specifica.
Terminata questa riflessione, agli studenti vengono distribuite alcune copie degli exhibit in legno simili a quelli rappresentati in Figura 2.

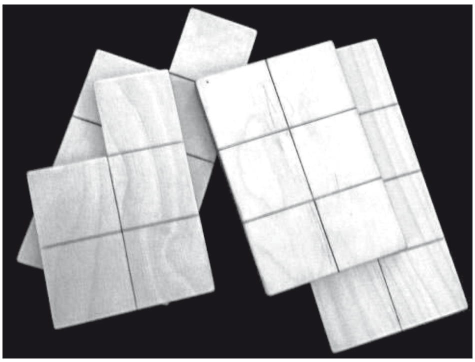


Figura 2 – Tavolette di legno

Gli exhibit sono tavolette di legno suddivise in quadratini rappresentanti l'unità.
Queste tavolette sono, per forma e significato, divisibili in due gruppi: le tavolette rettangolari, ovvero quelle "senza dentino", rappresentanti i numeri pari e le tavolette

non rettangolari, ovvero quelle “col dentino”, rappresentanti i numeri dispari. Gli studenti non hanno difficoltà a riconoscere ciò che questi exhibit rappresentano. Lo scopo di questa attività è arrivare a individuare un modo generale per indicare un generico numero pari o dispari.
Mediante l’osservazione, l’analisi e la composizione dei vari exhibit, i ragazzi giungono a concettualizzare il numero pari come la ripetizione di n file ciascuna completa di 2 quadretti, e di numero dispari come la ripetizione di n file ciascuna completa di 2 quadretti, più 1 quadretto (il dentino).
Vengono poste varie domande agli studenti, come: cosa succede se si sommano due numeri pari? E due numeri dispari? E un numero pari e un numero dispari? Perché? L’esperienza con gli exhibit consente agli studenti di rispondere a queste domande in termini generali, giustificando in base alla composizione della loro struttura (come in un puzzle) e non solo in termini di esempi numerici.

Compiuta questa esperienza agli studenti, viene richiesto quale possa essere un modo per indicare in modo generale i numeri pari e i numeri dispari. Alcuni rispondono p per i pari e d per i dispari, altri, grazie anche all’esperienza svolta con gli exhibit, non hanno difficoltà a individuare in $2\times n$ e $2\times n+1$ le formule in grado di rappresentarli. L’animatore non prende alcuna posizione al riguardo, ma invita gli studenti a verificare sulla retta algebrica di AlNuSet. Quindi l’attività continua con l’inserimento delle formule appena ottenute sulla retta algebrica di AlNuSet. Notiamo che il trascinamento delle variabili sulla retta consente di validare la correttezza delle ipotesi formulate. E’ possibile, infatti, verificare che trascinando d e p, questi indicano sulla retta sia numeri pari che dispari. Invece, con il trascinamento della variabile n gli studenti possono osservare che le formule $2\times n$ e $2\times n+1$ si muovono sulla retta indicando di volta in volta i numeri che esse rappresentano e cioè rispettivamente i numeri pari e quelli dispari.

L’attività prosegue con un approfondimento relativo alla chiusura o meno delle operazioni nell’insieme dei numeri naturali attraverso la seguente domanda: ciò che ottengo addizionando, sottraendo, moltiplicando o dividendo due numeri naturali è ancora un numero naturale?

Ancora una volta la retta algebrica di AlNuSet costituisce uno strumento molto potente per consentire agli studenti di verificare le proprie ipotesi relative alla domanda in esame e per giungere ad una risposta condivisa da tutti. Una volta inserite le variabili a, b e le espressioni $a+b$, $a-b$, $a\times b$, a/b sulla retta algebrica instanziata nel dominio dei numeri naturali, il trascinamento delle variabili fa emergere importanti fenomenologie rappresentative, alcune delle quali possono costituire delle vere e proprie sorprese per gli studenti. Infatti, si può osservare che $a+b$ e $a\times b$ sono sempre rappresentati sulla retta qualunque sia il valore che a e b assumono su di essa durante il trascinamento. Invece le espressioni $a-b$ e a/b, a seconda dei valori assunti da a e b sulla retta, possono scomparire dalla retta. Se si estende il dominio della retta algebrica ai numeri relativi si può notare che l’espressione $a-b$, precedentemente scomparsa dalla retta, ricompare e rimane sempre presente su di essa, per qualunque valore di a e di b. Se il dominio viene esteso ai numeri razionali, anche a/b risulta sempre presente sulla retta (con l‘unica eccezione rappresentata dal far coincidere la variabile b con lo 0). Attraverso il dialogo tra i partecipanti guidato dall’animatore, queste fenomenologie vengono sfruttate per

aiutare gli studenti a "riconoscere i vari insiemi numerici con le loro proprietà formali" e a dare un senso alle operazioni su di esse.
Quanto è stato descritto costituisce la prima attività che viene realizzata in questo laboratorio. Seguono altre tre attività riguardanti le proprietà formali dei numeri interi relativi, razionali e irrazionali. Per ragioni di spazio queste attività non sono descritte in questo lavoro.

6 CARATTERISTICHE DELLA SITUAZIONE DI APPRENDIMENTO DEL LABORATORIO DI ALGEBRICAMENTE

Come può essere classificata la situazione educativa del laboratorio Algebricamente? Che tipo di apprendimento prende vita in questa situazione educativa? Di seguito verrà illustrato ciò che caratterizza la situazione educativa di questo laboratorio attraverso un confronto con quella che prende vita nel sistema scolastico.

6.1 Caratteristiche generali della situazione educativa del laboratorio AlgebricaMente

La situazione educativa del laboratorio AlgebricaMente persegue l'obiettivo di promuovere negli studenti il riconoscimento dei vari insiemi numerici con le loro proprietà formali. Si tratta dello stesso obiettivo educativo curricolare perseguito dalle situazioni educative del sistema scolastico. La descrizione delle attività del laboratorio compiuta nella sezione precedente evidenzia che il laboratorio AlgebricaMente è una situazione educativa organizzata e strutturata. Gli studenti che partecipano alle attività sono consapevoli di essere coinvolti in attività di matematica; osservano e fanno cose con l'intenzione di sviluppare abilità, conoscenze e competenze relative a questa disciplina. Il laboratorio AlgebricaMente costituisce, pertanto, una situazione educativa organizzata che ha obiettivi di apprendimento specifici e che promuove un apprendimento intenzionale. Da un punto di vista generale, quindi, questa situazione educativa presenta caratteristiche analoghe a quella del sistema scolastico. Tuttavia, un osservatore che confrontasse ciò che avviene in questa situazione educativa con ciò che normalmente avviene nelle lezioni sistema scolastico registrerebbe significative differenze tra le due situazioni. Le differenze principali riguardano soprattutto il tipo di attività che viene svolto e il modo in cui questa attività viene gestita che determinano il tipo di apprendimento che gli studenti sviluppano: un apprendimento non-formale (attraverso le attività del laboratorio di Algebricamente) vs un apprendimento formale (con le attività del sistema scolastico). Le attività del laboratorio, pur essendo organizzate e strutturate, possiedono caratteristiche che le rendono profondamente diverse da quelle del sistema scolastico e tali da promuovere un apprendimento di tipo non-formale. Di seguito evidenziamo le principali caratteristiche delle attività del laboratorio che rendono questa situazione educativa diversa da quella del sistema scolastico.

6.2 Rottura della scansione curricolare

Nel laboratorio il tema degli insiemi numerici, delle loro proprietà formali e delle operazioni su di essi è trattato in modo unitario, attraverso attività che consentano la costruzione di una visione complessiva degli aspetti principali caratterizzanti la conoscenza in gioco nelle attività.

Diversamente dalla situazione educativa del sistema scolastico, la situazione educativa del laboratorio è caratterizzata da una rottura della scansione curricolare nell'affrontare la conoscenza che si vuole insegnare. Infatti, in ambito scolastico la materia in oggetto è affrontata nel corso dei tre anni di scuola media attraverso una frammentazione, sequenzializzazione e temporizzazione della conoscenza che si vuole far apprendere. Chevallard ha mostrato che attraverso questi processi la conoscenza subisce una trasformazione. Questa trasformazione è necessaria per adattare la conoscenza da insegnare ai vincoli organizzativi del sistema scolastico entro cui tale conoscenza deve essere insegnata (Chevallard, 1989). Attraverso questo processo di trasformazione, che Chevallard chiama di Trasposizione Didattica, una conoscenza articolata e complessa diventa insegnabile.

Il processo di frammentazione, sequenzializzazione e temporizzazione della conoscenza da insegnare pone però l'insegnante di fronte alla necessità di favorire, a posteriori, una ricomposizione della conoscenza insegnata per consentire agli studenti di strutturarla in un quadro concettuale unitario. Questo è un obiettivo che gli insegnanti, in molti casi, fanno molta fatica a perseguire. Per esempio, l'esperienza empirica mostra che al termine della scuola dell'obbligo molti studenti hanno difficoltà a riconoscere i vari insiemi numerici, a cogliere le relazioni tra di essi e a comprendere che l'estensione degli insiemi dai numeri naturali ai reali porta alla chiusura delle operazioni nei vari insiemi numerici. Essi dovrebbero raggiungere questa visione complessiva al termine del ciclo di studi di tre anni ricomponendo via via apprendimenti costruiti in precedenza. Questo, nella realtà, spesso non avviene. Le esperienze di laboratorio hanno evidenziato che è possibile costruire situazioni di apprendimento in cui è possibile favorire, a posteriori, la ricomposizione degli apprendimenti compiuti in un quadro unitario, ma anche fornire, a priori, una visione complessiva degli aspetti caratterizzanti la conoscenza in gioco. Alle attività del laboratorio hanno partecipato studenti delle tre classi della scuola media. Con gli studenti delle classi terze il laboratorio ha favorito una ricomposizione degli apprendimenti già sviluppati. Agli studenti delle classi prime il laboratorio ha fornito una visione complessiva della conoscenza che essi dovranno successivamente apprendere nella pratica scolastica. Con gli studenti delle classi seconde, il laboratorio ha sviluppato entrambi gli aspetti. Questo è potuto avvenire in quanto l'approccio olistico del laboratorio presenta caratteristiche profondamente diverse da quelle della pratica scolastica centrata sulla frammentazione e sequenzializzazione della conoscenza da apprendere.

6.3 Ruolo mediatore degli artefatti

L'approccio olistico del laboratorio è possibile grazie alle caratteristiche dei mediatori usati nelle attività. In campo didattico mediare significa far da ponte tra colui che apprende e ciò che egli deve apprendere. Nella situazione educativa del sistema scolastico, l'approccio agli insiemi numerici e alle loro proprietà formali è centrato molto spesso su definizioni e sull'uso della notazione simbolica ed è mediato dalle strategie comunicative adottate dagli insegnanti e dalla soluzione/correzione di esercizi da loro proposti agli studenti. Nella situazione educativa del laboratorio di

AlgebricaMente, invece, gli animatori scientifici non si avvalgono di alcuna definizione, usano un linguaggio molto informale e propongono un'attività che è mediata dall'uso di artefatti sia tangibili (per esempio gli exhibit in legno per i numeri pari e dispari) che digitali (la retta algebrica di AlNuSet). L'operatività con questi artefatti consente di compiere esperienze relative alle nozioni che si vogliono far apprendere e ai significati che si intendono costruire che sono adeguate per la struttura cognitiva e concettuale degli studenti. Le due tipologie di artefatti hanno caratteristiche diverse e mediano in modo differente il rapporto con i concetti da apprendere. Gli exhibit si prestano ad una manipolazione concreta e tangibile ed esibiscono proprietà dell'oggetto di apprendimento in virtù delle caratteristiche della loro forma e del modo in cui tale forma può essere variamente composta attraverso modalità operative dirette e concrete. L'artefatto digitale usato nell'attività presenta caratteristiche di flessibilità d'uso maggiore rispetto agli exhibit e media il rapporto con l'oggetto di apprendimento in base alle possibilità di azione offerte dalla sua interfaccia e al feedback fornito dal sistema. Entrambe le tipologie di artefatti si prestano per lo sviluppo di un'attività orientata all'esplorazione di proprietà dell'oggetto da apprendere. È possibile fare un uso metaforico della forma o della rappresentazione che essi esibiscono per ragionare intorno ai concetti matematici coinvolti nell'attività. Per esempio, operando con gli exhibit di legno è possibile esplorare che un qualsiasi numero pari può essere espresso come un multiplo di 2 e un numero dispari come il successore di un pari (un pari con un dentino) per giungere a formalizzare queste osservazioni attraverso le formule 2n e 2n+1. Inoltre, è possibile comporre tra loro gli exhibit per compiere ulteriori osservazioni, quali per esempio che la somma di due numeri dispari dà sempre un pari, potendo giustificare ciò non in base a qualche calcolo numerico astratto, ma al modo in cui è possibile operare sulla struttura degli exhibit. Operando sulla retta algebrica è possibile compiere un gran numero di osservazioni sfruttando le possibilità di azione e il feedback disponibili. Per esempio, il punto associato ad una lettera è trascinabile con il dito sulla LIM e ciò consente di riferirsi ad esso al posto della variabile o per parlare della variabile. Ogni azione ed evento rappresentativo sulla retta algebrica è interpretabile in base all'esperienza spaziale, visiva e motoria del soggetto e può essere messo in corrispondenza con un concetto matematico che si vuole far apprendere. L'uso di questi artefatti è tipico di un'attività di laboratorio, potrebbe essere effettuato anche all'interno della pratica scolastica, ma raramente questo avviene. Nella situazione educativa del sistema scolastico l'insegnante, in generale, si avvale di artefatti per rafforzare le proprie strategie comunicative. Osserviamo però che la mediazione degli artefatti è sfruttata pienamente solo quando gli artefatti vengono fatti usare agli studenti per supportare lo sviluppo del loro ragionamento matematico. Questo però richiede un cambiamento profondo nella gestione della partecipazione degli studenti nella pratica didattica.

6.4 Caratteristiche della partecipazione all'attività e della sua gestione

La partecipazione degli studenti all'attività del laboratorio presenta una natura diversa rispetto a quella che si osserva nelle pratiche didattiche del sistema scolastico. Come abbiamo visto l'attività è centrata sull'uso degli artefatti, il gioco, l'esplorazione e l'osservazione. Non sono proposti esercizi da risolvere di tipo scolastico, vengono formulate domande aperte sulle quale gli studenti sono liberi di esprimere le proprie idee e liberi di sbagliare. L'errore è un'occasione per apprendere, non qualcosa da sanzionare. Il dialogo è la forma di comunicazione che permea le interazioni sociali nell'ambito dell'attività. L'animatore svolge una funzione di orientamento dell'attività, pone domande, coordina gli interventi, evita di prendere posizione in caso di ipotesi e interpretazione diverse, ma rilancia le problematiche attraverso nuove domande. Cerca di realizzare una gestione dell'attività volta allo sviluppo del ragionamento matematico dei ragazzi attraverso un approccio educativo che presenta caratteristiche di inquiry. "Inquiry is the intentional process of diagnosing problems, critiquing experiments, and distinguishing alternatives, planning investigations, researching conjectures, searching for information, constructing models, debating with peers, and forming coherent arguments" (Linn, Davis, & Bell, 2004). Inquiry indica un approccio educativo basato sull'esperienza piuttosto che su astratti principi, incoraggia la costruzione attiva di conoscenza dal basso piuttosto che essere centrato sulla trasmissione di conoscenza dall'alto, è volto a favorire lo sviluppo di strategie di problem solving piuttosto che a trasmettere un insieme di leggi o definizioni e insegnare ad applicarle nella soluzione di qualche problema.

CONCLUSIONE

I contrasti evidenziati nella sezione precedente mettono in luce le differenti caratteristiche che assume la gestione dell'attività nel laboratorio di AlgebricaMente rispetto a quella del sistema scolastico. Anche l'apprendimento che emerge con la partecipazione degli studenti a queste attività presenta caratteristiche diverse. Se dal punto di vista dell'obiettivo didattico, dell'organizzazione e dell'intenzionalità questa situazione educativa presenta caratteristiche simili a quelle delle situazioni di apprendimento formali del sistema scolastico, le particolari caratteristiche delle attività del laboratorio che abbiamo precedentemente descritto sembrano, invece, promuovere un apprendimento che è simile a quello delle situazioni non formali. Notiamo che l'apprendimento degli studenti che si realizza in questo laboratorio trascende spesso lo sviluppo di abilità e competenze inerenti l'obiettivo didattico del laboratorio. Questo è tipico delle situazioni di apprendimento non formali che si caratterizzano proprio per il fatto che l'obiettivo di apprendimento eventualmente stabilito a priori dall'organizzazione (per esempio, il riconoscimento degli insiemi numerici), generalmente non è il solo risultato di apprendimento che viene raggiunto. Infatti, nella situazione educativa del laboratorio gli studenti stabiliscono un rapporto nuovo con l'attività matematica, usano gli artefatti per sviluppare il loro ragionamento, si relazionano in gruppo per affrontare problemi aperti, formulano ipotesi ed investigano la conoscenza in gioco nell'attività. In altre parole apprendono cose alle quali oggi viene attribuito un grande valore sociale e che trascendono l'obiettivo curricolare soggiacente all'attività. Si tratta di apprendimenti che raramente vengono sviluppati nelle situazioni educative di tipo formale del sistema scolastico e in ciò sta il maggior contributo che il laboratorio interattivo di AlgebricaMente fornisce al sistema educativo scolastico. L'esperienza di questo laboratorio ha mostrato che la forma di apprendimento che prende vita in esso presenta una natura non formale e che questa forma di apprendimento può essere integrata nelle pratiche educative scolastiche.

RIFERIMENTI

Chiappini G. (2007), Didattica della matematica e ICT, *TD Tecnologie Didattiche*, 41, 2, 31-36, Ed. Menabò, Ortona, Italy.
http://www.tdjournal.itd.cnr.it/files/pdfarticles/PDF41/6_Chiappini_TD41.pdf

Chiappini G., Pedemonte B.(2010), AlNuSet. un sistema di algebra dinamica per innovare l'insegnamento dell'algebra, *L'Insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 33B, 1, 48-68, G.Battagin Editore, Treviso.

Chiappini G., Pedemonte B., Robotti E. (2007), AlNuSet, *TD Tecnologie Didattiche*, 41, 37-46, Ed. Menabò, Ortona (Ch).
http://www.tdjournal.itd.cnr.it/files/pdfarticles/PDF41/7_Chiappini_Pedemente_Robotti_TD41.pdf

Clark-Wilson A., Oldknow A., & Sutherland, R. (2011), Digital technologies and mathematics education 11-19, *Joint Mathematical Council*, 11-19, Royal Society of United Kingdom, http://cme.open.ac.uk/cme/JMC/Digital%20Technologies%20files/JMC_Digital_Technologies_Report_2011.pdf

Jenkins H. (2010), Culture partecipative e competenze digitali. *Media education per il XXI secolo*. Milano: Guerini e Associati.

Joubert M. (2013), Using digital technologies in mathematics teaching: developing an understanding of the landscape using three "grand challenge" themes, *Educational Studies in Mathematics*, 82, 341–359.

Hodkinson P., Colley H., Malcolm J. (2003), The Interrelationships Between Informal and Formal Learning. *Journal of Workplace Learning* 15, 313–318.

Hodkinson P., Colley H., Malcolm J. (2003), Non-formal learning: mapping the conceptual terrain: a consultation report, http://www.infed.org/archives/e-texts/colley_informal_learning.htm

Linn M. C., Davis E. A., Bell P. (2004), *Internet environments for science education*. Mahwah, New Jersey, Lawrence Erlbaum Associates.

McGiveney V. (1999), Informal Learning in the Community. *A trigger for change and development*, Leicester: NIACE.

OECD, Terms, concepts and models for analysing the value of recognition programmes, 2007 http://www.oecd.org/edu/skills-beyond-school/41834711.pdf

UNA PAGINA DI STORIA DELL'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA IN ITALIA: LE INDICAZIONI PER I PROGRAMMI LICEALI DEL 1860

Roberto Scoth [1]

ABSTRACT

In 1860, at the time of the unification of Italy, important rules regarding the education system were issued. New mathematics syllabus for grammar schools were developed by the mathematician Luigi Cremona (1830-1903). While doing some research in the teaching of mathematics in Italy, the author of this article found an anonymous piece of writing in a school magazine, which can be attributed to Cremona and which is a review of these syllabuses. The piece of writing is here presented in full, introduced by a short preface and complete with a comment.

Keywords: Mathematics – History – Mathematics teaching – History of mathematics teaching – Mathematics syllabus – Grammar school.

INTRODUZIONE

Il 13 novembre del 1859, pochi mesi dopo l'armistizio di Villafranca e la fine della seconda Guerra d'Indipendenza, in Piemonte veniva promulgata la legge Casati[2], la celebre norma sulla pubblica istruzione che, nata inizialmente per riformare gli studi nel Regno di Sardegna, per il rapido concludersi del processo di unificazione nazionale sarebbe diventata il fondamento della legislazione scolastica italiana fino alla riforma Gentile del 1923. Il testo elaborato dal ministro Gabrio Casati (1798-1873) prevedeva un nuovo sistema d'istruzione suddiviso in cinque differenti rami: quello *elementare*, quello *secondario*, quello *tecnico*, quello *normale* e quello *superiore* (universitario). Nel lungo elenco di articoli (380) erano stabiliti la ripartizione dei corsi di studio e la loro durata, lo stato giuridico dei docenti, le principali questioni finanziarie e amministrative, ma non erano delineati nei dettagli la struttura dei curricoli e i programmi d'insegnamento. Tali aspetti didattici sarebbero stati definiti successivamente con i decreti attuativi emanati dal nuovo Ministro della Pubblica istruzione Terenzio Mamiani (1799-1885) e dai suoi successori. La stesura di questi decreti impegnò diverse commissioni tecniche appositamente istituite che in alcuni casi impiegarono parecchi mesi per giungere alla conclusione dei lavori[3]. Altri organismi, che annoveravano fra i loro membri i matematici Angelo Genocchi (1817-1889) e Quintino Sella (1827-1884), si occuparono

---

[1] Dipartimento di Matematica e Informatica – Università degli Studi di Cagliari, Viale Merello 92, 09123 Cagliari – email: robertoscoth@unica.it. Il presente lavoro è stato eseguito durante l'attività di ricerca finanziata con le risorse del P.O.R. SARDEGNA F.S.E. 2007-2013 – Obiettivo competitività regionale e occupazione, Asse IV Capitale umano, Linea di attività I.3.1 "Avviso di chiamata per il finanziamento di Assegni di Ricerca".

[2] Regio decreto 13/11/1859 n. 3725.

[3] I *Programmi per gli esami di patente de' maestri e delle maestre delle Scuole primarie*, per citare un esempio, vennero pubblicati con regio decreto 9/11/1861 n. 315.

della scrittura dei regolamenti universitari[4]. Ulteriori commissioni, formate da esperti delle varie discipline fra i quali i matematici Francesco Brioschi (1824-1897), Enrico Betti (1823-1892) e Placido Tardy (1816-1914), vennero formate nei mesi successivi con l'obiettivo di perfezionare le norme appena varate, ma furono presto sciolte per il rapido mutare delle compagini governative.

Regolamento e programmi d'insegnamento per il settore dell'*istruzione secondaria* videro la luce rispettivamente nel settembre e nel novembre del 1860[5]. Col termine *istruzione secondaria* la legge Casati faceva esclusivo riferimento all'asse ginnasio-liceo: gli studi ginnasiali, ai quali si aveva accesso al termine dei quattro anni di scuola elementare, avevano durata quinquennale; gli studi liceali - che costituivano il naturale proseguimento del corso ginnasiale - avevano durata triennale. I programmi di matematica per i ginnasi ed i licei furono elaborati da un altro dei più importanti matematici italiani dell'Ottocento, il pavese Luigi Cremona, che ai problemi della scuola e alle questioni didattiche dedicò un'ampia fetta dei suoi interessi culturali e scientifici. Non è noto a quale titolo Cremona avesse partecipato a questa operazione. La notizia del suo coinvolgimento, infatti, non viene da fonti istituzionali ma è dedotta dal contenuto di alcune sue corrispondenze con Angelo Genocchi[6]. Il matematico lombardo potrebbe essere stato incaricato ufficialmente della stesura dei programmi o semplicemente potrebbe essere stato coinvolto informalmente nell'operazione da qualcuno dei suoi amici facenti parte delle commissioni governative. Cremona, infatti, era stato un brillante allievo di Brioschi all'Università di Pavia e da qualche tempo aveva consolidato rapporti cordiali con Genocchi e Tardy. Nel giugno di quell'anno, appena trentenne, era stato inoltre nominato dal Mamiani professore di geometria superiore all'Università di Bologna e certamente godeva dell'apprezzamento del ministro e dei suoi collaboratori.

In quegli stessi mesi Cremona era entrato a far parte del gruppo degli articolisti dell'*Effemeride della Pubblica istruzione*, un periodico scolastico filo ministeriale la cui creazione era stata fortemente caldeggiata dal ministro Mamiani e che proprio nel giugno del 1860 aveva cominciato le pubblicazioni. Il giornale annoverava fra i suoi collaboratori alcuni dei più celebri intellettuali dell'epoca come Gerolamo Boccardo (1829-1904), Carlo Matteucci (1811-1868), Pasquale Villari (1826-1917) e Giosuè Carducci (1835-1907). Cremona, che verosimilmente era stato scelto per occuparsi dell'ambito matematico, vantava un rapporto di amicizia anche col segretario generale del Ministero della Pubblica istruzione, il filosofo Luigi Ferri (1826-1895), che nel novembre di quello stesso anno avrebbe assunto la direzione del periodico. Sotto la guida del Ferri l'*Effemeride* conobbe un periodo di particolare successo, sia per l'incremento della tiratura e della diffusione nelle scuole, sia per la qualità della linea editoriale che offriva ai lettori interventi in tema d'insegnamento, informazioni scolastiche, pubblicazione di atti amministrativi, recensioni di manuali ed articoli di più

---

[4] Il *Regolamento per la facoltà di Scienze matematiche, fisiche e naturali* fu promulgato il 7/11/1860 con decreto luogotenenziale n. 4403.

[5] *Regolamento per le Scuole mezzane o secondarie*, approvato con regio decreto 22/9/1860 n. 4311. Con i decreti luogotenenziali 14/11/1860 n. 4414 e 17/11/1860 n. 4463 furono rispettivamente emanati i programmi d'insegnamento per i ginnasi e per i licei.

[6] Pubblicati in Carbone L., Gatto R., Palladino F. (ed.) (2001), *L'epistolario Cremona-Genocchi (1860-1886). La costituzione di una nuova figura di matematico nell'Italia unificata*, Firenze, Olsckhi, pp. 152 e segg.

ampio respiro culturale dedicati anche all'analisi dei sistemi educativi dei principali paesi europei.

E' di questo periodo uno scritto dal titolo: *Sull'insegnamento dell'aritmetica nei ginnasi, e della matematica elementare ne' licei, e sui nuovi programmi*, di autore anonimo ma attribuibile proprio a Luigi Cremona, i cui contenuti rappresentavano delle vere e proprie indicazioni didattiche per l'applicazione dei primi programmi d'insegnamento per la scuola secondaria dell'Italia unita. L'articolo può considerarsi quasi con certezza opera di Cremona non soltanto perché questi era l'unico matematico fra i vari collaboratori dell'*Effemeride*, ma soprattutto per il contenuto del testo, ricco di suggerimenti metodologici e di puntuali osservazioni perfettamente coerenti con le sue vedute didattiche e riconducibili per la loro puntualità alla sola mano dell'estensore dei programmi, che probabilmente, proprio in quanto tale, preferiva mantenere l'anonimato.

Lo scritto - che qui si riporta integralmente, senza alcuna revisione ortografica e corredato di alcune note di commento per una sua migliore comprensione - fornisce, al di là delle riflessioni dell'autore in tema di didattica, degli interessanti ragguagli sulle modalità di insegnamento della matematica e sulle concezioni pedagogiche dell'epoca, proponendo, allo stesso tempo, numerosi spunti di riflessione ancora oggi di grande attualità.

RIFERIMENTI

Giacardi L., Scoth R. (2014, forthcoming). Secondary School Mathematics Teaching from the Early Nineteenth Century to the Mid-Twentieth Century in Italy. In Karp, A., Schubring, G. (ed.), *Handbook on the History of Mathematics Education*, New York, Springer Science + Business Media.

Scoth R. (2010). Questioni didattiche e divulgazione scientifica: gli interventi di Luigi Cremona sull'"Effemeride della Pubblica Istruzione" (1860-1865), *Bollettino di Storia delle Scienze matematiche*, XXX, 1, pp. 81-110.

Scoth, R. (2010). La matematica negli istituti tecnici italiani. Analisi storica dei programmi d'insegnamento (1859-1891), *L'Educazione matematica*, XXXI, supplemento al n. 2.

Scoth R. (2011). Il "Risorgimento" dell'educazione matematica. Luigi Cremona e la nuova scuola dell'Italia unita (1860-1877). In Ferrara F., Giacardi L., Mosca M. (ed.), *Conferenze e seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2010-2011*, pp. 231-249, Torino, Kim Williams Books.

Sull'insegnamento dell'aritmetica nei ginnasi, e della matematica elementare ne' licei, e sui nuovi programmi

[Effemeride della Pubblica istruzione, II, 18, (21/1/1861), pp. 297-300]

L'attuazione di un buon corso elementare di studi scientifici è uno dei più difficili problemi che possano occupare un Governo incaricato di riordinare la pubblica istruzione. Qualunque onesto, non preoccupato da speciali disegni, munito di sagacia e di esperienza, s'accinga a cercarne la soluzione, urta in formidabili ostacoli a cui forse non s'attendeva. E fra questi, due sono, a nostro credere, i più ardui a superarsi. L'ordine genetico delle idee, la connessione delle varie materie, il sussidio che l'una riceve dall'altra, anziché questa da quella, vi prescrivono un determinato sistema, una certa distribuzione di studi, nella quale talvolta le cose difficili dovrebbero precedere alle facili. Ma contro di essa sorgono altre considerazioni non meno autorevoli: la tenera età degli alunni, lo sviluppo incipiente e la poco coltura delle loro menti vi additano una via ben diversa od anche affatto opposta. E questo è il primo ostacolo.

Gli scolari de' quali avete ad occuparvi non tendono tutti ad uno stesso fine. Gli uni iniziano i loro studi per continuarli poi nelle aule universitarie, donde usciranno un dì colla laurea dottorale [i]*. Ma gli altri hanno desiderii più modesti; cercano di conseguire nel minimo tempo la massima somma di cognizioni scientifiche e tecniche, per poi rivolgersi ai mestieri, alle professioni industriali, ai commerci o ad altri uffici che non richieggano un elevato corso di studi. Eccovi dunque l'altra difficoltà: gli scolari della seconda categoria vi costringono a condensare e ad anticipare certi studi, che ai primi riuscirebbero più proficui, quando fossero più equabilmente ripartiti.*

Ma, affrettiamoci a dirlo, il secondo scoglio è stato fra noi felicemente superato. Il largo ordinamento creato per l'istruzione tecnica [ii]*, e le solerti cure del Ministero per diffonderne i beneficii in tutte le parti del regno, schiudono novelle e ricchissime fonti di coltura nazionale. Moltissimi, che ne' ginnasi e ne' licei non potrebbero trovare quegli studi a cui anelano, dovendo invece subirvi quelli che non desiderano, affluiranno nelle scuole tecniche, dalle quali uscirà la civiltà industriale, commerciale, materiale insomma della nazione.*

Così il problema dell'ordinamento delle scuole classiche riesce singolarmente semplificato, ed è lecito al legislatore supporre che i più, fra quanti pongano il piede nella prima aula ginnasiale, abbiano il proposito d'arrivare almeno all'esame di licenza dal liceo. Rimane però ancora intatta la prima difficoltà. Vediamo come l'abbiano superata i nuovi regolamenti, in quanto concernono l'insegnamento della matematica elementare [iii]*.*

Base di ogni buona istituzione scientifica è l'aritmetica, studio necessario a tutti, senza alcuna distinzione d'intento professionale; essa è, direi quasi, un "sine qua non" per la vita sociale; epperò niuna scôla primaria o mezzana esistette mai, senza che vi s'insegnasse la dottrina delle operazioni numeriche. Ma è triste ricordarsi il modo con cui era trattata fra noi, in tempi recenti, quest'importantissima disciplina. Resa previamente giustizia a qualche rara onorevole eccezione di luogo e di persona, è d'uopo confessare che, e nelle scôle lombarde e nelle subalpine, nulla era sì negletto e tenuto in picciol conto quanto l'aritmetica. Per lo più era essa affidata, a mo' d'appendice, a persone, rispettabilissime d'altronde, cui incombeva come principale *ufficio d'esporre altre materie, come la grammatica, la storia e la geografia. Per questi maestri l'aritmetica era un ingratissimo peso; epperò cercavano di sbrigarsene alla peggio, rubandole quanto più tempo potevano, o riserbandola alle ore di maggior noia e lassezza. L'aritmetica, così abborracciata fra gli sbadigli del docente e dei discepoli, riducevasi ad un gretto meccanismo d'operazioni numeriche; e ben lo sanno quegli sgraziati professori, ai quali toccava poi d'esporre algebra e geometria a scolari si male addestrati* [iv]*.*

Questo gravissimo inconveniente proveniva da ciò che negli statuti scolastici, elaborati per lo più da uomini dotti si, ma affatto estranii alle scienze esatte, non si era mai riconosciuta la verità di questa sentenza: che, a chi vuol insegnare aritmetica, è necessario conoscer bene anche le matematiche superiori. Si, lo diciamo apertamente, qualunque non abbia studiato altra algebra che quella insegnata in un liceo, sia pur ottimo, non può essere pegli altri abile maestro d'aritmetica.

Rallegriamoci che a questa verità è reso omaggio nelle nuove leggi scolastiche, dalle quali è prescritto che non sia incaricato dell'insegnamento aritmetico se non chi sia dottore in matematica o possegga un altro titolo equipollente [v]*. Ma esse contengono un'altra importante innovazione, ed è che l'aritmetica viene concentrata nell'ultimo biennio ginnasiale* [vi]*, mentre prima era sminuzzata sopra un corso di quattro o più anni. Quest'innovazione crediamo noi assai utile, perché a voler trattare l'aritmetica come scienza esatta, e quindi coi metodi rigorosi e sistematici che le convengono, è necessario che gli scolari abbiano raggiunto un tal quale sviluppo intellettuale. E sotto questo aspetto si troverà forse che gli studenti del quarto e quinto anno ginnasiale siano ancor troppo immaturi per quelle difficoltà che sono inseparabili dall'aritmetica insegnata razionalmente. Certo che, se altri interessi non s'opponessero, noi vorremmo l'aritmetica differita a giovani più adulti; ed allora essa darebbe ben altri frutti, e il successivo insegnamento scientifico troverebbesi fondato sopra saldissima base, non già su terreno vacillante e infido, come avvenne sin qui. Ma vediam bene che a ciò ostano altre considerazioni, le quali ciascuno imaginerà, senza che per noi si vengano enumerando. Arroge che già in parte provvede la legge, fissando a dieci anni l'età minima per entrare nel ginnasio* [vii]*; e per l'altra parte provveggano i professori, usando quel salutare rigore, senza del quale è tradito lo scopo santissimo della pubblica istruzione.*

A questo proposito pensino seriamente que' padri di famiglia, ahi troppo numerosi! che, solleciti di un fittizio bene presente, si arrabbattano perché siano promossi, a qualunque costo, i loro figli anche incapaci, o per poca età, o per difetto d'ingegno e di sapere; e fanno scopo d'ingiusto abborrimento que' maestri che, fedeli al proprio dovere, non si lasciano piegare a perniciosa e colpevole indulgenza; pensino seriamente, che qualche anno di più speso negli studi elementari è in seguito compensato ad usura dai rapidi progressi che fa l'intelletto, cui siasi lasciato campo a svolgersi liberamente. Mentre invece sono frequenti i casi di giovinetti che, messi anzi tempo gli studi severi, perché creduti di precoce intelligenza, si esauriscono in vani sforzi, ed in breve intisichiscono, se non fisicamente, almeno intellettualmente, per modo da trasformarsi in automi incapaci di pensiero.

Per impedire che i frutti dell'istruzione primaria vadano totalmente perduti nell'obblio, e per mantenere un filo di comunicazione, attraverso i tre anni di grammatica, fra l'insegnamento primario e lo scientifico, si assegnò in questi tre anni *all'aritmetica un'ora per settimana*[viii]*, la quale vuolsi certamente consacrata a mantener vive le nozioni fondamentali della scienza e ad esercitare gli scolari nelle prime operazioni sui numeri. Per questo insegnamento preliminare si può consigliare ai maestri l'aureo libretto: "Elementi d'aritmetica di Giovanni Novi", stampato a Firenze dal Le Monnier nel 1857*[ix]*.*

Il nuovo programma d'aritmetica[x]*, che si accorda coll'eccellente trattato del Bertrand, tradotto dal professore Novi* [xi]*, esprime chiaramente l'intenzione del legislatore, che questa materia debba essere d'or'innanzi esposta come scienza esatta, con metodi razionali e con dimostrazioni rigorose; unica condizione perché essa possa servire di base allo svolgimento delle scienze positive ne' licei. Gioverà a questo scopo l'uso sistematico degli esponenti e delle lettere alfabetiche; uso che non è proprio esclusivamente dell'algebra, come ha potuto credere qualche inesperto; e che già da più egregi scrittori venne introdotto nella dottrina de' numeri, i processi della quale ne riescono singolarmente semplificati e universalizzati.*

Il programma menziona più d'una volta i calcoli per approssimazione, che nella pratica sono d'inestimabile utilità, e pur sì di raro vengono insegnati nelle scôle! Anzi vediamo che non è neppur dimenticata la teoria delle approssimazioni decimali, ma solo differita al primo anno del liceo ed intromessa alle teorie dell'algebra, onde trovi menti un po' più mature e meglio atte a concepire l'importanza e la sottigliezza delle sue dottrine.

Alla teoria delle radici quadrate ordinariamente si fa tener dietro quella delle radici cubiche. Ma con molta opportunità nel programma è stata ommessa, perché la non lieve difficoltà che essa presenta è sproporzionata allo scarso uso che se ne fa nella pratica, ove per l'estrazione della radice cubica e delle radici d'ordine superiore si ricorre sempre ai logaritmi. D'altronde tale teoria si potrà assai facilmente far derivare, come corollario, da quella delle radici dei polinomi, che entra nel programma liceale.

In complesso il programma è assai parco; e di ciò siamo lieti, pensando che così ne verranno il meno possibile aggravate le tenere menti di quegli adolescenti cui per la prima volta son pôrte le severe teorie d'una scienza esatta. E per ciò stesso avremmo desiderato un maggiore orario per l'aritmetica nell'ultimo biennio ginnasiale, e crediamo che l'esperienza farà ragione al nostro voto.

Dopo l'aritmetica, la legge doveva provvedere alla ripartizione dell'insegnamento scientifico ne' tre anni del corso liceale. Qui le difficoltà da superarsi erano assai maggiori; epperò ben più malagevole è il dare un giudizio conscienzioso dell'opera che ci sta dinanzi. Due sistemi si offrivano al pensiero circa la distribuzione delle tre materie: matematica, fisica e storia naturale. L'un d'essi, il sistema degli insegnamenti contemporanei, adottato dall'Austria nell'ultima organizzazione degli studi in Lombardia, fe' si mala prova, che fu assai facile al Governo italiano giovarsi dell'esperienza altrui. Adottando l'altro sistema, la natura stessa delle cose venne a fissare l'ordine di successione de' tre insegnamenti: la matematica prima, poi la fisica, da ultimo la storia naturale. La legge stabilisce che la matematica s'insegni quasi tutta nel primo anno; la maggior parte della fisica nel secondo; nel terzo anno, oltre la storia naturale, si consacrino di nuovo alcune lezioni alla matematica ed alla fisica[xii]*.*

E' ben facile elevare obbiezioni contro questo ordinamento. Però si pensi, di grazia, che non solo si doveva evitare la simultaneità de' tre insegnamenti positivi, ma che era anche necessario di premettere quasi tutta la matematica alla fisica.

Parrà a taluno che l'età ancor poco matura degli scolari non abbia a poter sopportare il peso di tutta l'istruzione matematica nello spazio di un solo anno; ma a ciò si risponde osservando esser pur forza ammettere che i giovanetti entrino nel liceo abbastanza apparecchiati e per età e per coltura acquistata all'apprendimento delle scienze; né si può disperare d'averli tali, se si pon mente alla forte preparazione aritmetica ricevuta nelle due retoriche, ed all'esame di ammissione al liceo, il quale, fatto col debito rigore, servirà a respingere i non maturi per l'educazione scientifica.

Altri chiederà se, mancando nel secondo anno di liceo l'insegnamento matematico, non vi sia pericolo che i frutti dell'istruzione ricevuta nel primo anno vadano perduti per obblio e per mancanza d'esercizio. Noi crediamo fermamente che, ove la fisica sia esposta convenientemente, cioè mediante quella associazione de' metodi sperimentali col calcolo, che le odierne condizioni della scienza richieggono, la matematica non potrà nel secondo anno essere negletta. Il professore di fisica avrà frequenti occasioni di adoperarla, e a tal punto ch'egli condurrà al terzo anno gli scolari certamente assai meglio addestrati nell'algebra, nella geometria e nella trigonometria, di quello che fossero all'uscir dalla prima classe. Di ciò ci persuadiamo maggiormente, quando prendiamo ad esaminare i migliori trattati moderni di fisica, quale è senza dubbio quello dell'Ettingshausen, tradotto dall'egregio Ambrosoli (Milano, 1854): libro che noi vorremmo vivamente raccomandato ai docenti de' licei [xiii].

Anche il nuovo programma di matematica elementare pei licei appare assai diverso da quanti sian stati per lo avanti in vigore fra noi. In Piemonte, le scienze positive eran troppo neglette nelle scôle di filosofia; in Lombardia le si insegnavano a centellini, con piccolissimo orario e per lungo corso di anni; per la qualcosa i giovani alunni non ricevevano che una lieve e fugace impressione. Il nuovo programma abbraccia parecchi argomenti, affatto nuovi per le nostre scôle, già ammessi invece in quelle d'oltremonti; tali sono la teoria delle disuguaglianze, i problemi di massimo e minimo, le nozioni sui limiti, la divisione armonica delle rette, la simmetria dei polliedri, ecc [xiv]*. Per l'aggiunta di questi importantissimi argomenti e per l'equa ripartizione degli altri, ci sembra che il programma corrisponda allo stato presente della scienza, la quale si è perfezionata anche nelle parti più elementari.*

In questo programma si è dato molto rilievo alla discussione de' problemi e delle formole di risoluzione delle equazioni. La qual cosa crediamo utilissima e non mai abbastanza raccomandata a que' professori, i quali non vogliono star paghi di dare a' loro scolari superficiali nozioni degli artificii con cui si risolvono i quesiti matematici. Tale discussione non solo affina il criterio dei giovanetti e li scaltrisce nelle difficoltà offerte da certi casi singolari nella teoria delle equazioni di primo e secondo grado; ma ha inoltre la più grande importanza nelle applicazioni pratiche. Dato un problema, non basta trovare le formole risolventi, ma è assolutamente necessario investigare entro quali limiti de' valori delle quantità date vi siano più soluzioni, o una sola o nessuna. Ed è appunto per rendere possibile tale discussione, che crediamo essere state introdotte nel programma le disuguaglianze di primo e secondo grado e i problemi di massimo e minimo.

Anche nella geometria gioverà abituare gli scolari a risolvere problemi e dimostrare teoremi. Sarà utilissimo dare a questo esercizio tale indirizzo, ch'essi si famigliarizzino colla ricerca de' luoghi geometrici; ben inteso, in quanto questa ricerca possa essere effettuata coi soli mezzi della geometria elementare. Il che può essere fatto *fin dai primordi dell'istruzione geometrica; servan d'esempio: il luogo dei punti equidistanti da due punti dati, o da due rette date, il luogo dei punti medi, delle corde parallele o delle corde eguali di un cerchio, ecc.*

Per le sezioni coniche il programma non esige che le proposizioni più essenziali, e sembra aver di mira unicamente i bisogni della fisica. Queste proposizioni devono essere esposte coi metodi della "pura geometria", in continuazione cioè delle precedenti dottrine geometriche, non già ricorrendo ad un intempestivo uso di coordinate cartesiane. Nel trattare di quelle proposizioni, sarebbe bene incominciare dalle proprietà comuni a tutte le coniche, senza distinzione di specie; indi passare a quelle che sono particolari all'una o all'altra delle tre curve: ellisse, iperbole, parabola.

Con piacere vediamo inclusi nel programma i principii elementari sui limiti, ed esplicitamente richiesto il limite della somma delle potenze r^{esime} *dei primi n numeri naturali, divisa per* n^{r+1}*, quando n aumenti indefinitamente. Benchè questa proposizione non sia stata dal legislatore dichiarata obbligatoria per l'esame finale*[xv]*, tuttavia badino i docenti alla necessità di esporla durante il primo anno del corso liceale, perché essa darà al professore di fisica facoltà di trattare facilmente e rigorosamente tutte quelle proposizioni meccaniche e fisiche, che d'ordinario si guastano con ibride considerazioni sugli infinitesimi, estranee alla scienza elementare. Quella proposizione bastò sola all'illustre Bordoni*[xvi] *per esporre elementarmente tutta l'idrometria.*

Nel programma sono esposte successivamente l'algebra, la geometria e la trigonometria. Tuttavia non crediamo il professore vincolato a non por mano alla geometria, prima d'aver esaurito l'algebra. Da lui si può esigere unicamente che alla fine dell'anno abbia insegnato ai suoi scolari quanto è dal programma prescritto. Del resto distribuisca egli la materia come meglio gli talenti, purchè serbi ordine logico e non metta il carro innanzi ai buoi. Nulla osta che s'incominci la geometria prima d'aver finita l'algebra e a questa si ritorni, senza aver detto l'ultima parola su quella: il che anzi avrà il doppio vantaggio di riposare e allettare le menti dei giovanetti colla varietà della materia, e di attingere dalla geometria numerosi problemi che servano d'esercizio e di applicazione per le teorie algebriche.

L'insegnamento matematico consta di parecchie teorie che nel programma sono brevemente accennate e che il professore potrebbe svolgere con maggiore o minore abbondanza. Qui si può desiderare che vengano esposte in modo più ampio e con più ricco corredo di esercizi quelle parti che costituiscono il fondo della scienza e che ammettono la più immediata ed estesa applicazione; come per esempio la risoluzione delle equazioni, la teoria delle approssimazioni decimali, i logaritmi, la similitudine delle figure, la ricerca delle aree e dei volumi e la trigonometria. Altri argomenti invece potranno essere trattati con maggiore brevità e parsimonia, e il docente dovrebbe accontentarsi di mettere gli scolari in grado di continuare da sé i loro studi, colla scorta di un buon libro; tali argomenti sarebbero, a cagion d'esempio, le combinazioni, le progressioni, i limiti, i triangoli sferici, i poliedri regolari.

E' poi della più grande importanza che il professore si guardi dalla seducente ambizione di spiegare ai suoi scolari grande quantità di teorie, anch'oltre i confini del programma, senza prendersi cura, ad ogni tratto, di convincersi se lo spiegato fu appreso o no. I metodi dell'insegnamento universitario sono i più pericolosi nell'istruzione mezzana. E' pretesa soverchia il volere che i giovanetti di quindici o sedici anni, in gran parte d'ingegno ordinario, tengano dietro con immane e incessante *sforzo dell'intelletto al professore che rapidamente proceda, senza mai arrestarsi. Chi insegna matematica elementare, quand'anche gl'impeti dell'ingegno lo trasportino nelle regioni superiori della scienza, deve nella scôla raccoglierne umilmente le ali e accontentarsi di rasentare il terreno. Il suo compito è tutto abnegazione e sacrificio. Non faccia mai il secondo passo, prima d'essersi persuaso che gli scolari lo hanno accompagnato nel primo; gli obblighi spesso a ripetere da sé ciò che egli ha dianzi spiegato; mediante riproduzioni, esercizi, applicazioni faccia che essi si sentano veramente padroni della scienza. Non è che con tal metodo, che può insegnarsi efficacemente la matematica elementare; per esso si otterrà che la scienza non venga si facilmente dimenticata; ed anche coloro che dal liceo non vanno agli studi matematici superiori, sapranno utilmente giovarsene ne' bisogni della vita. Se è ragionevole il lamento che la matematica elementare riesca per lo più inutile al medico e all'avvocato, la colpa non è della scienza, ma di chi la insegna.*

Esaminando il programma, del quale abbiamo sopra discorso, si rende manifesto ch'esso è stato redatto pigliando a guida gli eccellenti trattati di Bertrand, di Amiot e di Serret, tradotti e annotati da chiarissimi professori delle scôle toscane [xvii]. *Perciò i docenti troveranno in quei libri i testi più opportuni per isvolgere il loro insegnamento. Quei trattati, oltre tanti altri pregi, contengono una doviziosa raccolta di bellissimi esercizi, quali appunto noi vorremmo si trattassero dal professore nella scôla e dagli scolari a casa; esercizi attinti dalla statistica, dalla geografia, dall'astronomia, dalla fisica, dalla meccanica, ecc.; esercizi, che se talora sono alquanto difficili, sono tanto più atti ad addestrare l'acume de' giovanetti, e porgono meglio occasione al maestro di insegnare come si superino certe difficoltà di calcolo, e come si possa orientarsi per iscegliere la più breve fra le molte vie che spesso conducono alla soluzione d'un problema.*

---

[i] Gli studi classici, ai quali l'autore fa qui implicito riferimento, costituivano il naturale preludio agli studi universitari. L'art. 188 della legge Casati indicava come fine dell'istruzione secondaria quello «di ammaestrare i giovani in quelli studi, mediante i quali si acquista una coltura letteraria e filosofica che apre l'adito agli studi speciali, che menano al conseguimento dei gradi accademici nelle università dello Stato». L'art. 225 stabiliva la validità della licenza liceale quale titolo «per essere ammessi agli esami che aprono l'adito alle facoltà».

[ii] Il sistema dell'istruzione tecnica creato dalla legge Casati, similmente all'istruzione classica, era diviso in due gradi denominati rispettivamente *scuola tecnica* e *istituto tecnico* ed aveva per fine quello di «dare ai giovani che intendono dedicarsi a determinate carriere del pubblico servizio, alle industrie, ai commerci ed alla condotta delle cose agrarie, la conveniente coltura generale e speciale» (art. 272). Gli istituti tecnici, col *Regolamento per le scuole tecniche e gl'istituti tecnici* approvato con regio decreto 19/9/1860 n. 4315, furono divisi in quattro sezioni: *amministrativo-commerciale*, *agronomica*, *chimica* e *fisico-matematica*. La scuola tecnica e la sezione fisico-matematica dell'istituto avevano durata triennale, le altre sezioni durata biennale. L'art. 2 del *Regolamento per la Facoltà di Scienze Fisiche, matematiche e naturali* approvato con decreto luogotenenziale 7/11/1860 n. 4403, cit. (introduz., n. 4), consentì successivamente ai soli diplomati della sezione fisico-matematica di potersi iscrivere alla facoltà universitaria di scienze.

[iii] Il riferimento è al regio decreto 22/9/1860 n. 4311 e ai decreti luogotenenziali 14/11/1860 n. 4414 e 17/11/1860 n. 4463, cit. (introduz., n. 5).

[iv] Nel Regno di Sardegna l'insegnamento dell'aritmetica nei corsi secondari era stato introdotto nel 1840 (con regio viglietto del 25 gennaio) e affidato agli insegnanti di latinità. Successivamente il regio decreto 4/10/1848 n. 819 a firma del Ministro della pubblica istruzione Carlo Boncompagni (1804-1880), aveva suddiviso i corsi secondari a indirizzo classico (istituiti presso i convitti nazionali) in sette anni di corso: un primo triennio di grammatica latina e di composizione italiana, un successivo biennio di retorica e un biennio finale di filosofia. Durante il triennio di grammatica e il biennio di retorica venivano impartiti degli ulteriori insegnamenti,

definiti «accessori», fra i quali quelli di aritmetica e geometria affidati a un apposito professore il cui compenso era di poco superiore alla metà di quelli dei professori di filosofia o di retorica. Il regio decreto 4/11/1855 n. 1048, promulgato dal Ministro della Pubblica istruzione Giovanni Lanza (1810-1882), escluse l'insegnamento dell'aritmetica dal triennio di grammatica e acconsentì, in mancanza di uno specifico docente, a che gli insegnamenti di matematica elementare fossero impartiti nel primo anno di retorica dall'insegnante di filosofia razionale e nel secondo anno da quello di filosofia positiva. Secondo la testimonianza di Giovanni Maria Bertini (1818-1876), professore di Storia della filosofia all'Università di Torino e all'epoca membro del Consiglio superiore della pubblica istruzione, le discipline accessorie furono considerate di secondaria importanza al punto che «dai professori incaricati di insegnarle non si richiedevano tutte quelle guarentigie di capacità, che sempre si richiesero dai professori dei corsi principali», (G. M. Bertini, *Della istruzione pubblica in Piemonte. Considerazioni e proposte*, Torino, Sebastiano Franco e Figli, 1857, p. 25).

[v] L'art. 18 del *Regolamento per la Facoltà di scienze fisiche, matematiche e naturali*, cit., consentiva agli studenti di matematica che avessero completato il corso di studi di sostenere un esame speciale per il conseguimento dell'idoneità per l'insegnamento secondario. In realtà il numero dei laureati in matematica si rivelò talmente esiguo che furono reclutati - in particolare per l'insegnamento dell'aritmetica nei ginnasi - numerosi docenti sprovvisti di titolo specifico.

[vi] Lo *Specchio delle ore assegnate all'insegnamento nel ginnasio* allegato al *Regolamento per le Scuole mezzane o secondarie* del 22/9/1860, cit., assegnava un'ora settimanale di aritmetica nei primi tre anni di corso e tre ore settimanali negli ultimi due anni.

[vii] L'art. 316 della Legge Casati imponeva un'età minima di sei anni per l'iscrizione alla prima classe elementare. Poiché il corso elementare completo aveva una durata di quattro anni e l'ammissione alla prima classe del ginnasio era subordinata al superamento di un esame di ammissione su tutte le materie del corso elementare (art. 219), gli alunni regolari provenienti dalle scuole regie non potevano accedere al ginnasio prima del compimento del decimo anno d'età.

[viii] Si veda lo *Specchio delle ore assegnate all'insegnamento nel ginnasio*, cit., che assegnava un'ora settimanale di aritmetica in ciascuno dei primi tre anni del corso ginnasiale.

[ix] Giovanni Novi (1826-1866), matematico di origini napoletane, all'epoca docente di analisi e meccanica al liceo militare di Firenze. La pubblicazione dei suoi *Elementi di Aritmetica* faceva parte di un'operazione editoriale più ampia, incentrata sulla traduzione di alcuni recenti manuali scolastici francesi ad opera di matematici toscani, che la casa editrice fiorentina Le Monnier aveva effettuato in quegli anni: nell'agosto del 1856 era stato tradotto, sempre dal Novi, il *Trattato d'Aritmetica di G. Bertrand*; pochi mesi più tardi Enrico Betti aveva pubblicato la traduzione del *Trattato d'Algebra elementare* dello stesso Bertrand; ancora nel 1856 era uscita la *Prima traduzione italiana con note ed aggiunte di A. Ferrucci* del *Trattato di trigonometria di A. Serret* e infine, ancora il Novi, aveva tradotto nel 1858 il *Trattato di geometria elementare di A. Amiot*. Nei primi decenni post-unitari questi testi avrebbero rappresentato il settore più avanzato della manualistica italiana e sarebbero rimasti a lungo in adozione nelle nostre scuole, tanto che nel 1901 veniva ancora pubblicata la 28ª ristampa del *Trattato di geometria elementare* dell'Amiot, nel 1902 la 5ª edizione del *Trattato di trigonometria* del Serret *con modificazioni, aggiunte e numerosi esercizi del dott. Giulio Tolomei* e nel 1922 usciva una nuova edizione del *Trattato d'Aritmetica* del Bertrand tradotto da Betti *con aggiunte e modificazioni per cura del dott. Antonio Socci*.

[x] Il testo di questi programmi può essere consultato sul sito web dell'Associazione Subalpina Mathesis, nella rubrica dedicata alla storia dell'insegnamento curata da Livia Giacardi con la collaborazione di Roberto Scoth, all'indirizzo: http://www.mathesistorino.it/wordpress/wp-content/uploads/2012/09/1b.pdf.

[xi] *Trattato d'aritmetica di G. Bertrand. Prima traduzione italiana con note ed aggiunte di G. Novi*, cfr. la n. ix.

[xii] Cfr. lo *Specchio delle ore assegnate all'insegnamento nel liceo* allegato al *Regolamento per le Scuole mezzane o secondarie*, cit. (introduz., n. 5). Nel primo anno del corso liceale erano previste otto ore di matematica, nel secondo anno sei ore di fisica e nel terzo anno tre ore di matematica, tre di fisica e cinque di storia naturale.

[xiii] *Elementi di fisica del dottor Andrea D'Ettingshausen tradotti da Giuseppe Ambrosoli*, Milano, Turati, 1854.

[xiv] Anche il testo di questi programmi può essere consultato sul sito web dell'Associazione Subalpina Mathesis all'indirizzo http://www.mathesistorino.it/wordpress/wp-content/uploads/2012/09/1.pdf.

[xv] I programmi per gli esami di licenza allegati al decreto luogotenenziale 17/11/1860 n. 4463, cit., contenevano un elenco di argomenti facoltativi contrassegnati da un asterisco.

[xvi] Antonio Bordoni (1789-1860). Concluse significative ricerche nel campo dell'analisi matematica, della geometria, della meccanica e scrisse diversi trattati di matematiche pure e applicate. Fu uno dei maestri di Luigi Cremona e diresse gli Studi matematici all'Università di Pavia dal 1824 al 1860.

[xvii] Si veda la n. ix.

SCIENZE INTEGRATE: ASTRONOMIA E MATEMATICA NELLA SCUOLA PRIMARIA

Sebastiana Lai[1] **– Maria Polo**[2]

ABSTRACT

The indications and references to the need of integration between the sciences in school curricula at all levels are now consistent. But in school work there is a usually lack of experimental practices in many issues and topics of science. In this article we present the epistemological and didactic choices that are the basis of a path. The path integrates the content of astronomy in the Mathematics curriculum. It has been experimented for the third, fourth and fifth class of primary school. The details of the activities for the fifth class about the seasons' phenomenon are described.

Parole chiave: astronomy, mathematics, curriculum, primary school.

INTRODUZIONE

L'innovazione dei contenuti di astronomia a favore dell'astrofisica, sostenuto dalla comunità scientifica dei professionisti in Italia negli ultimi 10 anni, ha accentuato lo scarto tra il *sapere da insegnare* e il *sapere insegnato* e reso vero l'approdo, teoricamente prevedibile, a una certa instabilità dei contenuti di astronomia, registrata nel corso di questi anni nei programmi e libri di testo, e la messa in discussione della stessa legittimità di questo insegnamento.
Nell'attuale riforma si ribadisce la necessità e l'importanza delle Scienze Integrate e della didattica laboratoriale. Per realizzare questi intenti delle Indicazioni assumono particolare pertinenza ed efficacia l'inserimento di contenuti di astronomia anche classica nel curricolo di matematica fin dalla scuola primaria. I temi non sono nuovi, e diversi lavori sono stati realizzati in numerose esperienze sperimentali realizzate fin dagli anni '80 a livello nazionale. (Lai, Proverbio1980a/1980b, Lanciano 1983, Boero 1989, Progetto SeT).

Nonostante queste esperienze di innovazione, le indicazioni e i riferimenti presenti nei programmi scolatici passati, si riscontra ancora oggi nella pratica abituale una assenza di pratiche sperimentali su questi temi e argomenti che siano organicamente inserite nel curriculum reale sia nella scuola primaria che nella scuola secondaria. Con questa finalità negli ultimi tre anni abbiamo condotto una sperimentazione finalizzata alla costruzione di un curriculum di contenuti fondamentali di astronomia che, in coerenza con le indicazioni, realizzi anche lo spirito osservativo sperimentale ivi evocato, al livello della scuola primaria e secondaria di primo grado. In questo articolo descriviamo le scelte di natura epistemologica e didattica che sono alla base del curricolo da noi

[1] Ricercatore associato all'INAF- Osservatorio Astronomico di Cagliari, tania@oa-cagliari.inaf.it
[2] Dipartimento di Matematica e Informatica - Cagliari, mpolo@unica.it

elaborato e sperimentato nelle classi terza, quarta e quinta primaria[3]. Approfondiamo inoltre il percorso sul fenomeno delle stagioni, una delle esperienze realizzate nella classe quinta, attraverso la descrizione dettagliata delle fasi di devoluzione e istituzionalizzazione[4] delle conoscenze e dei saperi in gioco. In conclusione, presentiamo alcuni elaborati degli alunni.

1. CURRICULUM INTEGRATO: ASTRONOMIA E MATEMATICA

La *Trasposizione didattica* è un fenomeno complesso che prende in considerazione il *sapere* quale elemento che modella la relazione Insegnante/Allievo nel *sistema didattico*. Si tratta di identificare il processo di trasformazione di un *sapere*, rispondendo a domande sulla natura stessa del *sapere* come *oggetto da insegnare*, sulla sua genesi, sulla sua filiazione, sulla sua stessa legittimità. Un oggetto che è, come dice Chevallard 1985[5], "*non dell'ordine della natura*, ma un *oggetto tecno-culturale*", il cui modo di essere è mutato e muta nel tempo.

Che rapporto esiste tra il sapere della scienza e il sapere da insegnare? La distanza che li separa quale ambito investe: il senso, la pratica, la forma, il dominio di validità? Dove hanno origine i nuovi oggetti di sapere che entrano a scuola? Perché altri escono?
La Teoria della *Trasposizione didattica* assume queste domande come proprio terreno di studio e mette in evidenza l'esistenza di invarianze e permanenze, somiglianze e dissomiglianze tra il sapere della scienza e il sapere da insegnare. Essa riguarda, quindi, una caratteristica del sapere, riguarda il *cosa* dell'insegnamento, non più trasparente, prima che il *come* del lavoro dell'insegnante.

La chiave di lettura di questo accostamento concerne la *natura del sapere da insegnare*, in riferimento alle necessarie manipolazioni e cambiamenti cui gli oggetti di sapere sono sottoposti per poter essere insegnati nelle Istituzioni scolastiche. In S. Lai (2009) abbiamo analizzato le condizioni di insegnabilità dell'astronomia e dell'astrofisica in ambito scolastico, avanzando la tesi della necessità di una più esplicita visione *matematizzata* dell'astronomia come condizione epistemologica essenziale che fornisce il senso scientifico dello studio dei fenomeni astronomici, nella scuola.

Un curriculum di astronomia può diventare curriculum ufficiale solo se, attraverso una attenta progettazione, si integrano ambiti di discipline diverse, soprattutto la matematica e la fisica, che forniscono concetti e linguaggio appropriati a formulare "definizioni", "dimostrazioni", regole per lo svolgimento di esercizi, strumenti per "modellizzare" i fenomeni astronomici; si richiede inoltre l'esplicitazione delle competenze minime da valutare negli studenti. Ad esempio, non si può capire la *definizione* del concetto di *latitudine* come *equivalente alla altezza del polo sull'orizzonte*, senza la geometria.

---

[3] Alcune esperienze di inserimento di argomenti di Astronomia Classica nel curricolo di Matematica e Scienze della scuola secondaria di primo e secondo grado sono state già realizzate e sono attualmente in fase di sviluppo.
[4] I termini devoluzione e istituzionalizzazione sono utilizzati nel senso di Brousseau, 1986. Una definizione di questi concetti si trova in Bessot, 1994.
[5] Chevallard, 1985, pag. 12. Sulla teoria della *Trasposizione didattica* si veda una sintesi in Lai, 2002 e in Lai, 2004.

L'osservazione della stella polare non è di per sé assimilabile a questa definizione. La modellizzazione della Terra come sfera, i teoremi sulla eguaglianza degli angoli, l'assunzione del parallelismo dei *raggi* luminosi provenienti dagli oggetti celesti lontani, sono invece alcuni dei concetti alla base di questa definizione operativa. Tutto ciò determina una sequenzializzazione dei saperi da insegnare molto rigorosa. La conseguente verifica e valutazione dei concetti è funzione dei saperi introdotti ma soprattutto del loro statuto come saperi da acquisire.

La presa in conto dell'insegnamento in atto nella classe introduce una ulteriore variabile nel sistema didattico, che è il *tempo della didattica*, non riducibile alla linearità del tempo dell'insegnamento, deducibile dalla sequenzializzazione del testo di sapere (che siano i libri di testo o la programmazione dell'insegnante). Il *tempo* come variabile che modellizza la relazione didattica Insegnante-Allievo-Sapere rappresenta la chiave di lettura dei fenomeni didattici osservabili in classe ed è sull'analisi di questa variabile che fisseremo la nostra attenzione per identificare meglio la posizione dell'alunno nella relazione didattica che si realizza quando si *costruiscono* dei nuovi saperi.
Seguiremo dunque il filo rosso del **costruito/non costruito/precostruito**[6] nell'insegnamento/apprendimento dell'astronomia e della matematica.
La trasposizione didattica di un contenuto di astronomia, che presentiamo nel prossimo paragrafo, rappresenta un esempio di come si può costruire un curriculum innovativo puntando sull'insegnamento/apprendimento dell'astronomia classica. La trasposizione dell'astronomia che ne scaturisce ridisegna un profilo epistemologico di questa antica disciplina molto più vicino alle origini da cui si è sviluppata più di quanto i libri di testo e le esperienze descrittive che circolano nella pratica della scuola non consentano di fare.

È descritto e definito in questo passo, in forma essenziale e nello stesso tempo con una portata generale, il *processo* della conoscenza scientifica. La scienza è inscindibile dall'azione del *separare,* del *ritagliare* nel reale gli oggetti di studio per mezzo della misura, ed ogni disciplina emerge con la propria specificità in relazione ai sistemi di misurazione. Conoscere è pertanto misurare. Non occorre insistere ancora sulla rilevanza del modo con cui la matematica e in particolare la geometria danno forma ai fenomeni astronomici, ne costituiscono la struttura fondante come scienza e ne forniscono gli strumenti per la modellizzazione e spiegazione dei fenomeni studiati.

Il curriculum di astronomia che abbiamo elaborato sottende scelte di natura epistemologica, di visione dell'astronomia e del suo legame con la matematica, che esponiamo di seguito attraverso una scelta di registro narrativo, che vuole cogliere l'essenziale delle domande e degli scenari di osservazione dei fenomeni che sono il canovaccio del percorso sperimentato. Il dettaglio dello sviluppo del percorso in ciascuna classe sarà oggetto del paragrafo 2. La progettazione della sua attuazione in classe, che proponiamo nel paragrafo 3, raccoglie tutti gli aspetti teorici che ci hanno guidato nelle scelte effettuate.

---

[6] Per la definizione e alcuni esempi si veda Lai, 2004, pp. 30-44.

1.1. Le scelte di natura epistemologica

Il percorso parte da uno studio delle ombre. "L'ombra è privazione della luce" così scriveva Leonardo da Vinci[7] nel *Libro delle ombre*. Ma la consapevolezza della diretta relazione tra luce e ombra, tra ombre portate e oggetti illuminati non *va da sé* nei primi anni di scolarizzazione. Paura, curiosità e sgomento accompagnano i racconti e le osservazioni degli alunni[8]. L'attività proposta in classe tende a indagare la natura fisica e geometrica delle ombre, seguendo il filo che intreccia **Le ombre e la luce**, come titola il nostro percorso didattico.

Cosa sono le ombre? C'è ombra se non c'è la linea d'ombra? L'ombra mangiata da un'altra ombra sopravvive? Le ombre sono inerti o attive? All'ombra o nell'ombra?

Queste domande guidano la messa in opera delle attività in classe per comprendere quale è lo spazio occupato dalle ombre insieme alla geometria che ne descrive forma e mutamenti. Inoltre ci aiutano ad istituzionalizzare tra i possibili obiettivi conoscitivi sul fenomeno dell'ombra, quelli che riguardano tre suoi aspetti: *causale*, *materiale* e *percettivo*.

Quale la geometria delle ombre? Lo studio della prospettiva e il punto di vista delle trasformazioni geometriche permettono un possibile percorso di integrazione dell'astronomia nel curricolo di matematica, realizzabile già a livello di scuola primaria e sviluppabile almeno sino al biennio della scuola secondaria di secondo grado.

Se da una parte nel mondo statico dell'aula "le ombre sono ciò che la luce non vede" (R. Casati, pag. 212), appena fuori dall'aula gli oggetti materiali animano ombre che mutano incessantemente direzione, forma, dimensioni e lunghezze. Sono le ombre che genera il Sole, e che raccontano del suo cammino nel cielo. **Le ombre in Astronomia** introducono, dunque, lo studio delle ombre del Sole attraverso un percorso centrato sull'introduzione di uno strumento scientifico, lo *gnomone*[9], che fu alla base dei modelli scientifici astronomici dell'antica Grecia. Con lo gnomone, infatti, si inserisce *l'osservatore* e l'*orizzonte astronomico* rispetto ai quali si incardinano i fenomeni astronomici e la loro misura.

L'osservazione delle ombre materializzate dallo gnomone, tracciate con gessetti colorati sul pavimento (o su cartoncino) del cortile della scuola, misurate con lo spago o il metro, tra lo stupore degli alunni che percepiscono lo scorrere del tempo nei rapidi cambiamenti delle ombre solari, portano all'individuazione della *linea meridiana*, l'asse Nord/Sud, perno nello scenario degli eventi astronomici in continua trasformazione. La scoperta della *linea meridiana*, che resta fissa nello spazio, pur allungandosi o accorciandosi nel corso dell'anno, porta con sé la scoperta degli altri due punti cardinali, individuati tracciando la linea perpendicolare alla linea meridiana.

---

[7] Citazione di L. Da Vinci, *Libro delle ombre*, in R. Casati, *La scoperta dell'ombra*, pag. 206. Per molte delle esperienze condotte nelle scuole che hanno partecipato alla sperimentazione e che ringraziamo, siamo debitrici alle suggestioni di questo bellissimo libro.

[8] Alcuni elaborati degli alunni sono presentati nel paragrafo 3.3, pag. 64 e seg.

[9] *Gnomone*: Asta di dimensioni note, che sporge verticalmente da una sezione di terreno piana e liscia. Parola di origine greca che significa "che permette di conoscere".

Ma è sul ***meridiano locale*** che si costruisce la rete dei concetti astronomici che vengono sviluppati nell'insieme dei percorsi proposti anche per le quarte e le quinte classi. Il meridiano locale definisce la posizione dell'osservatore sulla superficie della Terra, il *qui* ed *ora* di chi osserva gli eventi celesti. È in questo rapporto ontologico osservatore/fenomeni quotidiani che prende corpo una geometria che descrive i fenomeni, li spiega attraverso modelli, ne prevede altri non ancora osservati. Dal punto di vista epistemologico, *conoscere* assume il significato di metodologia sperimentale centrata sugli alunni, piccoli astronomi ben piantati sulla Terra ma con gli occhi rivolti al cielo. Il meridiano locale diventa concetto cruciale nelle definizioni di ***mezzogiorno vero***, di ***giorno solare***, punto di riferimento per modellizzare l'alternarsi del dì e della notte, introdurre il moto di rotazione della Terra e i fusi orari.
Il mappamondo parallelo[10] permette il *salto* dal proprio orizzonte astronomico alla Terra, con l'osservatore/gnomone poggiato nel piano tangente al meridiano locale nel punto più alto del mappamondo, e dal quale è possibile verificare che *quel accade sul cortile della scuola è lo stesso di quel che accade sul mappamondo*. Il piano tangente al meridiano locale risulta parallelo all'orizzonte astronomico sulla Terra; lo gnomone produce le ombre e mostra quel che accade per noi osservatori in cima al mappamondo e quel che accade anche a tutti quelli che stanno lungo lo stesso meridiano: quando l'ombra è la più corta per tutti i punti che stanno sullo stesso meridiano è il *mezzogiorno vero*. Un *modello* di grande efficacia didattica, che permette di immaginare anche ciò che accade in luoghi molto distanti tra loro. Il reticolato dei fusi orari si disegna su questo mappamondo parallelo, inseguendo il moto diurno del Sole, aprendo nuove domande: *perché il mezzogiorno vero non coincide con l'ora segnata dall'orologio? Moto diurno del Sole o moto di rotazione della Terra?* I modelli geometrici sono una cosa, le prove a favore dell'uno o dell'altro sono un'altra cosa: per questa scelta servono altri esperimenti. La discussione in classe conduce verso la storia della scienza, contribuendo a formare un pensiero critico, documentato, che rappresenta uno degli obiettivi formativi più importanti del pensiero scientifico.
L'acquisizione del concetto di orizzonte astronomico, focalizzando la centralità dell'io-osservatore, apre la strada ad osservazioni del cielo in cui il "qui" ed "ora" è condizione preliminare per descrivere gli eventi astronomici. La ***finestrella astronomica*** da cui guardare e osservare gli astri rappresenta il punto di vista personale, soggettivo all'interno di un modello geocentrico che porta ordine nel mondo. Due percorsi si snodano da questo assunto: il ***moto della Luna*** e il ***moto annuo apparente del Sole: le stagioni***.
La Luna ispira curiosità, attenzione e dubbi, a prima vista, da parte degli alunni e su questa curiosità e credenze del senso comune si può innescare un interesse didattico che insieme alle conoscenze astronomiche crea le condizioni per l'apprendimento di una metodologia sperimentale in classe, fondamento del metodo scientifico. Le attività in

---

[10] Una descrizione di questo strumento si trova in S. Lai. e A. Turricchia, 2003, pag. 20.

classe iniziano, infatti, sondando le esperienze personali su osservazioni casuali delle fasi lunari: *cosa sanno i bambini su questo astro?* Si comincia con miti e racconti sulla Luna. Si introducono successivamente le attività di osservazioni sistematiche delle fasi lunari, rispetto al proprio orizzonte o all'orizzonte della scuola, documentate con disegni individuali. La necessità di mettere ordine nei cambiamenti di orari del sorgere e tramontare della Luna, della sua forma, della posizione del Sole, che le osservazioni dirette fanno registrare agli alunni/osservatori, porta alla messa in campo di una ipotesi da verificare attraverso una modellizzazione del fenomeno delle fasi lunari: se la gobba della Luna è rivolta sempre verso il Sole, se questi due astri appaiono talvolta vicini, talvolta molto lontani, opposti, allora è possibile interrogare la natura mettendo in relazione il comportamento dei due astri sul nostro orizzonte.
A questa ipotesi risponde il **Laboratorio** proposto in classe **"Da ciò che si vede al modello".** Confrontando il sorgere e/o il tramontare della Luna durante un lunazione è possibile constatare che mentre il Sole nell'arco di un mese sta "quasi fermo", la Luna si allontana e si avvicina al Sole, facendo emergere un movimento intorno alla Terra di questo astro, manifestato dagli **angoli di fase**: una geometria che trasforma i ***tempi*** in ***spazi***, dentro un **modello geocentrico,** il sistema Terra-Luna-Sole, *modello che spiega ma anche prevede eventi non ancora osservati*. Sulla capacità ***predittiva*** del modello si incentra, infatti, l'efficacia scientifica di messa alla prova del modello nella realtà, dalla quale deve ricevere conferme o smentite circa il suo funzionamento. Tra le previsioni che il modello "impone" vi è quello delle *eclissi*. Il modello appena acquisito, che allinea sullo stesso piano Sole-Luna-Terra, apre, infatti, immediatamente una questione in classe: **perché non ci sono eclissi tutti i mesi?** Lungi da essere elemento di debolezza del modello appena *ammesso*, questa domanda si integra totalmente nei passi cruciali che rappresentano il metodo scientifico:

ipotesi problema/osservazioni/rappresentazione/verifica/previsione di nuovi eventi

I nuovi eventi previsti sono le eclissi, di Sole e di Luna: a questi eventi occorrerà dedicare un altro percorso, che porterà ad una nuova versione del modello costruito, in una progressione razionale tipica della costruzione scientifica della conoscenza.
Un altro scenario si presenta nel percorso centrato sulle **stagioni**. La Terra è un pianeta, che sta nel sistema solare, da cui attinge vita e mutamenti di cui ogni giorno sentiamo gli effetti. Questo ampliamento di sguardo dal quotidiano verso la nostra posizione tra le stelle arricchisce la visione di nuove geometrie per descrivere la sfera celeste e potenzia l'idea della imprescindibile consapevolezza del rapporto cielo-Terra, di cui spesso si perde memoria nel lavoro scolastico abituale.
Registrare i cambiamenti e rappresentarli con strumenti teorici appropriati è l'obiettivo generale del percorso sulle stagioni. Che esistano le stagioni e che ciò abbia a che fare con il movimento del Sole durante l'anno è cosa nota a tutti i bambini già dalla prima classe. Anzi, già alla scuola dell'infanzia i bambini raccolgono indizi sulle stagioni: l'autunno, in particolare, è festeggiato con la raccolta di foglie cadute dagli alberi, con i

colori che tingono di giallo e rosso le colline e le montagne e su questa natura che cambia si condensano attività di scienze, matematica, racconti, riti, canti e semplici osservazioni di ciò che ci circonda. Sapere il "come" e il "perché" è compito della scuola primaria e secondaria. Spesso, però, più che di "osservazioni scientifiche" si tratta di una *narrazione didattica*, nel senso che vengono raccontati modelli precostituiti lontani dai fenomeni quotidiani che li determinano. Una trasposizione didattica che rispecchia la linearità dei saperi da apprendere più che la complessità dei processi di chi deve apprendere tali saperi. Tale cronogenesi[11] raramente incontra la topogenesi dei saperi che in classe si dovrebbe *costruire* in un tempo dell'apprendimento scandito dalle attività degli alunni. Quali attività proporre? E quando?

Il nostro percorso sperimentale, finalizzato alla "comprensione scientifica" del fenomeno delle stagioni, inizia nei primi giorni di scuola, il 21 di settembre, con una osservazione del moto diurno del Sole dall'*alba al tramonto* (se ciò fosse possibile, ma ci accontentiamo di iniziare alle 08.30 e terminare alle 17.00, secondo i tempi scolastici!). Con lo gnomone piantato nel cortile della scuola, si osserva dunque il sorgere del Sole, si disegna su un foglio la sua posizione sull'orizzonte, si fanno fotografie, si traccia l'ombra dello gnomone, si segna l'ora. Ogni ora si traccia l'ombra dello gnomone, si individua la linea meridiana, ancora misure dopo il mezzogiorno vero, e infine si ripete al tramonto quanto fatto la mattina all'inizio delle lezioni. A fine giornata si congiungono tutti i punti dell'estremità delle ombre e, con sorpresa, appare non una linea curva, ma una linea retta nel piano dell'orizzonte astronomico ad indicare i punti cardinali Est ed Ovest. È l'equinozio di autunno, il dì è uguale alla notte, in tutti i punti della Terra. Ma è sempre così?

Da questo evento prende avvio l'osservazione del comportamento del Sole per tutto l'anno scolastico. Si problematizza e si attiva una devoluzione che sostenga le osservazioni di lungo periodo. Una volta al mese si ripetono le osservazioni descritte per scoprire l'incurvarsi delle linee prodotte dalle ombre fino al solstizio d'inverno, dove il ramo di curva[12] ha una concavità verso l'alto, per ritrovare la linea retta equinoziale al 21 marzo e seguire ancora l'incurvarsi delle linee d'ombra, ma stavolta opposta a quel che si è visto al solstizio d'inverno. E i punti del sorgere e tramontare del Sole? Tutto è cambiato in questo tempo, il Sole si è spostato lungo la linea dell'orizzonte. E gli archi del Sole nel cielo? Anche questi in corrispondenza dello spostamento del Sole sull'orizzonte sono più "bassi" d'inverno, più "alti" d'estate (passando per tutte le posizioni intermedie). Tutto muta, sull'orizzonte.

La ricerca di nuovi *punti di riferimento* e nuove *regolarità* per spiegare questi mutamenti "diurni" si sposta ora verso la volta celeste: osservazioni notturne, mirate alla scoperta della intelaiatura del cielo, che tiene insieme *equinozi, eclittica* e *asse di*

[11] Sul significato di *narrazione* didattica, *cronogenesi* e *t*opogenesi si veda S. Lai (2004).

[12] Si tratta di un ramo di iperbole, curva che si affronta nel curricolo di matematica della scuola secondaria di primo grado a proposito della proporzionalità e alla quale ci si potrebbe ricollegare a questo livello scolastico riproponendo una modellizzazione più elaborata del fenomeno delle stagioni.

rotazione. Dalla personale **finestrella astronomica**, si osserva la costellazione dell'**Orsa Maggiore** e la **stella polare, perno della volta celeste, intorno a cui ruotano tutti gli astri,** la costellazione di **Orione**, con la sua cintura, le tre stelle che identificano il piano dell'**Equatore celeste**, il piano **perpendicolare all'asse di rotazione terrestre.** E, infine, nelle notti in cui lo spettacolo naturale degli incontri celesti dei pianeti, magari anche con la Luna, li dispone in congiunzione è possibile *vedere* la linea "immaginaria", tracciata dal Sole nel cielo, nell'arco di un anno, l'**eclittica,** "vicino" alla quale si muovono tutti i pianeti. Una visita al Planetario[13] consolida le conoscenze costruite con l'osservazione in uno scenario che "mostra" l'insieme dei fenomeni celesti in modo compiuto. Moto diurno e annuo del Sole tra le costellazioni, lo scivolamento sull'orizzonte delle costellazioni dello Zodiaco, le costellazioni circumpolari e una geometria essenziale che rappresenta il movimento del Sole lungo il meridiano, dal solstizio d'estate, punto più alto sull'eclittica, all'equatore celeste, equinozio d'autunno, dove eclittica ed equatore coincidono, passando al punto più basso, al solstizio d'inverno, riemergendo all'equatore all'equinozio di primavera e tornare ancora al solstizio d'estate. Eclittica, equatore celeste, meridiano locale sono, dunque, anche "percettivamente" correlati nella geometria che rappresenta il moto del Sole.

Il gioco delle costellazioni[14] e un ***modello del moto annuo della Terra*** completano le osservazioni astronomiche in classe. Le conoscenze acquisite, vengono, infatti, riorganizzate in una sintesi realizzata sia attraverso un gioco condotto dagli stessi alunni, sia attraverso la *sistemazione della Terra* nelle 4 posizioni fondamentali occupate nel suo moto di rivoluzione intorno al Sole, posto al centro, con l'asse di rotazione rivolto alla stella polare, sistemata in alto in un angolo della classe a dar ragione delle stagioni. Il disegno degli alunni di questa modellizzazione concreta, realizzata su un tavolo in classe, consente di confrontare questo risultato con i tanti modelli bidimensionali rintracciabili nei libri di testo, finalmente chiari nella geometria che li ispira e nei fenomeni che lo creano.

Una domanda riapre altri percorsi: ma se scambiassimo di posto il Sole e la Terra, come pensavano gli antichi, i fenomeni osservati sulla Terra sarebbero gli stessi?

1.2. Le scelte di natura didattica.

Abbiamo sin qui raccontato la trama concettuale e l'impianto epistemologico del "cosa" abbiamo proposto di Astronomia alle classi impegnate in questa sperimentazione. La trasposizione didattica di questi saperi richiama nella sua pratica scolastica una metodologia sperimentale in cui la matematizzazione è perno fondamentale. Ed è proprio la matematizzazione dei fenomeni osservati che impone la rottura delle pratiche abituali

---

[13] Esiste a Cagliari *Il Planetario de l'Unione Sarda*, diretto dal prof. G.N. Cabitza, con il quale è possibile concordare la tipologia di visita più appropriata ai percorsi didattici svolti nelle scuole. http://www.planetariounionesarda.it/.

[14] *Il Gioco delle Costellazioni* è descritto in N. Lanciano (1983).

di un insegnamento *lineare* a favore di un processo di insegnamento/apprendimento di cui il *Laboratorio* è componente cruciale della metodologia sperimentale. Diamo nel paragrafo seguente alcuni elementi generali che caratterizzano il "come" della metodologia sperimentale e il "perché" della necessità della rottura delle pratiche abituali di insegnamento a scuola.

1.2.1. Metodologia sperimentale

La dialettica esperienza/teoria, evidenziata come elemento necessario della modellizzazione, intreccia dal punto di vista epistemologico/didattico due aspetti ben distinti tra loro sul piano teorico, che riguardano l'Insegnante e l'Alunno, in relazione ai processi di insegnamento/apprendimento di un sapere specifico, posta in gioco di una situazione didattica. Con il termine *metodologia* (qualificato dall'aggettivo *sperimentale)* si possono intendere sia i processi/modalità di apprendimento degli alunni, sia la modalità e le scelte pedagogiche che sottendono la pratica in classe dell'insegnante. Occorre, dunque, chiarire preliminarmente il senso con il quale utilizziamo in questo articolo la locuzione *metodologia sperimentale*. Nel Dizionario Filosofico[15] di N. Abbagnano il termine Metodologia è associato a quattro diversi significati e ambiti. A noi interessa, in particolare, quello che denota **l'insieme dei procedimenti metodici di una scienza o di più scienze:** in questo senso la Metodologia è elaborata all'interno di una disciplina o di un gruppo di discipline ed ha lo scopo di garantire alle discipline in questione l'uso sempre più efficace delle **tecniche di procedura** di cui dispongono; Metodologia, quindi come insieme dei procedimenti metodici di costruzione della scienza; l'aggettivo sperimentale chiarisce in che modo si costruisce la conoscenza scientifica, considerata nel rapporto esperienza/modelli e rimanda, quindi, anche ai metodi e alla metodologia di ricerca; questo significato mutuato nella scuola può essere interpretato come processo di costruzione dei concetti scientifici da parte degli alunni.

Nel recente Colloque EMF 2012[16] un gruppo di lavoro ha dibattuto su cosa si debba intendere per *Démarche d'Investigation*[17], diventata una raccomandazione per l'insegnamento delle discipline scientifiche e della tecnologia in molti paesi a livello mondiale. Nel termine *investigation* essi ravvisano la dimensione di ricerca degli alunni e si interrogano su quali forme di insegnamento favoriscano questo tipo di coinvolgimento. Anche nel nostro significato è presente questa dimensione della ricerca, che ha un carattere esperenziale, basata cioè sull'esperienza diretta degli alunni. Noi ci

[15] Il *Dizionario Filosofico* di Nicola Abbagnano, pag 711-713 riporta i seguenti quattro significati. 1. la logica o la parte della logica che studia i metodi; 2. la logica trascendentale applicata; 3. l'insieme dei procedimenti metodici di una scienza o di più scienze; 4. l'analisi filosofica di tali procedimenti; L'oggetto della Metodologia in questo senso non sono «i metodi» delle scienze cioè le grandi classificazioni (analisi, sintesi, induzione, deduzione, esperimento ecc) in cui cadono le *tecniche* della ricerca scientifica, ma proprio soltanto queste tecniche, considerate nelle loro strutture specifiche e nelle condizioni che ne rendono possibile l'uso. Il termine «Metodologia delle scienze», che nel dopoguerra ha avuto una certa fortuna, è ormai raro. Oggigiorno, sia in Italia sia a livello internazionale, si parla soprattutto di epistemologia e di filosofia della scienza.

[16] Si possono consultare gli atti in versione online all'indirizzo http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012/

[17] Il termine *démarche d'investigation* è la traduzione in francese di *Inquiry based science education,* che denota quella che in Italia è stata denominata didattica laboratoriale.

riferiamo non solo alle forme di insegnamento, ma piuttosto ad un modello di descrizione del processo di apprendimento dei fenomeni nell'ambito delle speculazioni scientifiche, in cui l'osservazione, che parte da un problema, è la molla iniziale dell'investigazione.
Già C. Bernard (1966) aveva introdotto una ancora oggi valida distinzione tra "osservatore" e "sperimentatore", basata sui diversi procedimenti investigativi utilizzati dallo scienziato nell'approccio ai fenomeni naturali. L'osservatore è colui che, attraverso procedimenti semplici o complessi, studia i fenomeni tali quali la natura li offre, sui quali non può introdurre variazioni (l'eclisse di Luna è un evento che si può osservare/interrogare ma non anticipare/posticipare o provocare nei cieli ….). Lo sperimentatore, invece, sempre attraverso procedimenti semplici o complessi, può far variare o modificare , per scopi scientifici, i fenomeni naturali, facendoli "apparire" in circostanze di **laboratorio**. Sappiamo che l'astronomia è scienza osservativa, perché i fenomeni che essa studia sono fuori dalla nostra sfera d'azione, tuttavia, osserva Bernard, l'astronomo ragiona come gli sperimentatori, perché l'esperienza acquisita implica comunque giudizio e comparazione tra due fatti, legati nella mente da una idea. A riunire questi due significati di procedura scientifica vi è, dunque, il concetto di "esperienza" che altro non è che "una osservazione provocata" ai fini di un controllo delle ipotesi. Lo schema che emerge è che per ragionare sperimentalmente occorre *avere un'idea*, invocare o provocare dei fatti, ossia delle *osservazioni*, per controllare questa idea preconcetta (o ipotesi). Il primum dell'esperienza è, dunque, l'ipotesi teorica che guida le osservazioni da fare. In questo senso qualificare la metodologia (della ricerca o di una disciplina) con il termine sperimentale ha proprio questo significato.

Attuare la metodologia sperimentale comporta, nel senso appena specificato, attività di ricerca per gli alunni e una pratica di insegnamento che possiamo definire laboratoriale, per mettere in evidenza la necessità da parte dell'insegnante di costruire degli ambienti di apprendimento per gli alunni, basati su attività concrete, manipolative e di osservazione. Ma significa soprattutto realizzare un ambiente di apprendimento che consenta di porre e porsi domande, in cui sia valorizzato anche l'errore e in cui la risposta sia data sulla base non delle istanze didattiche ma delle conoscenze in gioco nell'attività.
Lai (2009) ha mostrato, dal punto di vista della trasposizione con finalità didattiche, le caratteristiche fondanti la metodologia sperimentale così intesa; ne riportiamo di seguito i tratti salienti. La metodologia sperimentale prende in considerazione il passaggio *esperienza/modello/esperienza* secondo la seguente articolazione:

- Il riconoscimento dell'esperienza, la sua assunzione quale oggetto di studio nella classe *(contestualizzazione)*
- La pratica della misura attraverso l'utilizzo di una teoria matematica, ciò che permette una *rivisitazione* dell'esperienza
- L'*algoritmizzazione* che si pone come processo di risoluzione dei problemi posti in teoria e ritorno verso la esperienza fenomenica
- La *verifica efficace*, che permette la *de-contestualizzazione* dell'esperienza (uso abitudinario e automatizzato del modello)

Nella pratica sperimentale, si determina, dunque, una sorta di movimento circolare, poiché l'azione di introdurre i dati sperimentali con una *regola di corrispondenza* tra entità teorica e oggetto concreto obbliga a trasformare continuamente l'una nell'altro sino ad una completa costruzione del modello. La complessità del passaggio esperienza/teoria è mostrata nello schema seguente:

Problematica	Matematizzazione	Riproblematizzazione	Tipologia di situazioni
Contestualizzazione Esperienza Validazione pratica	**Teorizzazione**	**Decontestualizzazione Dell'esperienza attraverso una teoria Prova formale**	**Situazione di formulazione produzione di rappresentazio ni**
Non contestuale Teoria Validazione formale	**Deteorizzazione**	**Ricontestualizzazione Algoritmizzazione Verifica pratica**	**Situazione di validazione risoluzione di problemi**
Algoritmizzazione Routine Validazione efficace	**Decontestualizzazione**	**Esperienza Prove di efficacità**	**Situazione routinaria produzione di nuove esperienze**

Nello schema la prima colonna è esplicativa di una metodologia teorica specifica delle discipline scientifiche; la seconda concerne il processo di matematizzazione; la terza dà conto della dialettica teoria/esperienza e l'ultima colonna è esplicativa della differente tipologia di situazione didattica (o ambiente di apprendimento) che si realizza.
Le frecce indicano il senso circolare del processo che regola il passaggio esperienza/teoria/esperienza che è alla base del processo di apprendimento delle conoscenze scientifiche.

1.2.2. Rottura delle pratiche abituali

Nella sequenzializzazione abituale dell'insegnamento scientifico, l'insegnante fa una narrazione dei modelli che dovrebbero spiegare dei fatti, che concorrono a definire un fenomeno, che sono denominati ma non vengono osservati. La costruzione di un modello esplicativo di un fenomeno, invece, necessita una temporalità basata sulla topogenesi e su un processo attraverso il quale gli alunni devono costruire un legame tra i fatti, il fenomeno osservato e il modello che lo spiega e che viene costruito attraverso un processo di devoluzione che impegna congiuntamente insegnante e alunno. In Lai, Polo (2012) abbiamo mostrato come il metodo sperimentale obbliga a una destrutturazione delle pratiche abituali in quanto i vincoli didattici, pertinenti alla identificazione e comprensione dei fenomeni, costringono a superare la contrapposizione vecchio/nuovo. La destrutturazione deve essere necessariamente di natura sistemica e coinvolgere le mutue relazioni insegnante/alunno/sapere. L'alunno deve potersi sentire coinvolto a fare ipotesi, porre domande e proporre soluzioni, anche "prima di sapere"; l'insegnante deve non solo incoraggiare questo atteggiamento ma anche accettare che ipotesi, domande e soluzioni possano essere inattese, parzialmente corrette o momentaneamente errate. Infine anche l'articolazione dei contenuti da insegnare deve potersi sostenere su saperi precostruiti. Ad esempio nel caso del percorso sul fenomeno delle stagioni, che è la conoscenza da costruire, le conoscenze di natura matematica riguardanti sia le proiezioni che le curve, che sono alla base della costruzione del modello, sono solo introdotte come termini e potranno essere costruite solo nella scuola secondaria. Ma ciò non impedisce la realizzazione del percorso didattico nell'ottica della metodologia sperimentale che abbiamo appena definito, come mostreremo al paragrafo 3.2. Dal punto di vista del lavoro dell'insegnante sarà necessario superare la pratica che vede l'introduzione di un nuovo contenuto quando tutti i prerequisiti siano supposti acquisiti. È necessaria, inoltre, una formazione sia alla pratica laboratoriale in matematica che alla pratica sperimentale e di osservazione, indispensabile per accedere in prima persona alla conoscenza dei fenomeni astronomici. Ciò ha comportato, nella nostra esperienza, un attento studio rivolto alla scelta delle modalità stesse della formazione degli insegnanti cui facciamo brevemente cenno nel paragrafo successivo.

1.2.3. Riproducibilità e formazione

L'esperienza realizzata si è caratterizzata in particolare sulla scelta di produrre e diffondere i materiali fra gli insegnanti e fornire criteri validabili di *riproducibilità* delle esperienze svolte. Una delle condizioni fondamentali di riproducibilità delle attività realizzate riguarda la metodologia stessa di formazione degli insegnanti caratterizzata dai seguenti aspetti brevemente sintetizzati:

- la pratica di ricerca-azione, finalizzata alla messa in opera della metodologia sperimentale; alla progettazione di una sequenza di lavoro dell'insegnante e alla messa in opera di attività in classe (relative a tale sequenza), talvolta gestita dall'insegnante e altre volte dagli esperti.

- l'analisi della sequenza di lavoro, elaborata[18] in parte dall'insegnante sotto la guida dell'esperto, che ha consentito di descrivere e interpretare a priori alcuni *fenomeni didattici*, identificati come importanti per l'apprendimento, contribuendo a dare un senso sia agli avvenimenti che sopraggiungono in situazione di classe, sia alle scelte che compie l'insegnante per generare questi avvenimenti. Il collegamento intrinseco della metodologia sperimentale al processo di insegnamento/apprendimento richiede la padronanza di strumenti teorici in grado di descrivere e prevedere i fenomeni didattici che una pratica costruttivista della conoscenza può generare nell'ambiente di apprendimento, identificato, in ambito scolastico, nella ***classe***. Gli insegnanti che hanno lavorato con noi hanno realizzato, con il nostro supporto, un percorso formativo che ha avuto come oggetto sia i contenuti di astronomia che quelli legati alla progettazione

[18] Per tale analisi ci siamo riferiti ai concetti teorici introdotti da Comiti e altri (1996) relativi ad una modellizzazione in termini di "*conoscenze dell'insegnante*; abbiamo inoltre considerato in termini di TAD la distinzione introdotta in Chevallard (1999) di "organizzazione matematica" e "organizzazione didattica". Questi aspetti non sono oggetto di trattazione in questo articolo.

didattica, che comprende la previsione delle modalità di gestione dell'attività, l'analisi e la riflessione dopo la realizzazione con gli alunni.

2. LA PROGETTAZIONE DEL CURRICOLO VERTICALE

Diamo nel paragrafo seguente alcuni elementi generali che caratterizzano il "come" della metodologia sperimentale applicata al caso dell'attività realizzata nella classe quinta sul fenomeno delle Stagioni.

2.1. La metodologia sperimentale: il caso delle stagioni.

La nostra scelta di un insegnamento contraddistinto da una componente sperimentale è caratterizzata da una rottura temporale fra le *esposizioni didattiche* del fenomeno e quelle dei modelli; il ricorso sistematico al « concreto » e allo « sperimentale » si presenta come punto di partenza dell'insegnamento. Il problema da considerare appare, in generale, sotto la forma di un *fenomeno* da studiare e, didatticamente, in assenza di un modello iniziale, la *mostrazione*[19] *del problema da studiare* può assumere il carattere di una *evocazione* di esperienze storiche (ad es l'esperienza di Eratostene, per la misura del raggio della Terra) o di una semplice *enunciazione* della problematica da studiare, facilmente reperibile nella esperienza degli alunni (ad es. le *fasi lunari* o le *stagioni*).
La *proposizione* del problema (da parte dell'insegnante) gioca, dunque, la funzione cruciale di permettere la *devoluzione* agli alunni del problema da studiare in classe.
Ciò comporta per essi in primo luogo il riconoscimento e l'accettazione dell'esperienza proposta dall'insegnante (sia che si tratti di osservazioni o di attività di misura) come parte necessaria del problema da risolvere.
Ma il problema e il fenomeno da osservare, generalmente, non sono legati in modo evidente. Ad esempio, misurare l'ombra dello gnomone a mezzogiorno non ha molto a che vedere, a prima vista, con il moto di rotazione della Terra; né appare più evidente agli occhi degli alunni il legame tra l'osservazione del Grande Carro o di Orione con lo studio delle stagioni. Queste *esperienze* sono il frutto di modelli preesistenti (ad esempio: la forma della Terra e il modello di rotazione e rivoluzione della Terra; il modello delle condizioni delle fasi lunari e delle eclissi). Ma, come si è già detto, i modelli sottesi che *guidano* le osservazioni non sono dati in partenza, ma sono ri-costruiti dalla classe. Il riconoscimento dell'esperienza, come parte del problema da spiegare, e la conseguente necessità di osservazioni e di misurazioni da parte degli alunni, si produce come punto di partenza di una investigazione sconosciuta, al buio. È una situazione che può provocare nella classe una sorta di spaesamento e in particolare può condurre ad una sottovalutazione delle operazioni di misura o delle osservazioni da svolgere a scuola o a casa, in quanto attività non immediatamente riconoscibili come "oggetti di studio/di sapere".
Tuttavia, nell'avvio di un percorso didattico, è la familiarità con il fenomeno che si osserva a fungere da elemento "rassicurante"; essa innesca la trasformazione di un evento quotidiano/conosciuto in "nuovo" oggetto di investigazione, guardandolo da un

[19] Il termine *mostrazione* indica oggetti di sapere che, in un dato momento del processo di apprendimento, sono pre-costruiti; "L'oggetto non è costruito ma *presentato*, attraverso un *deixis* che è un *appello alla complicità* nel riconoscimento ontologico" (Chevallard, 1985, p. 91. Traduzione degli autori)

nuovo punto di vista: quello del proprio vissuto, delle conoscenze popolari, del mito, degli antichi, della scienza. Il credito dato all'insegnante nella fase di devoluzione è ciò che permette di far avanzare il tempo didattico, e quindi il *progetto stesso dell'insegnante.*

Nello studio del moto di rivoluzione della Terra[20], ad esempio, il modello si costruisce al termine di numerose osservazioni del moto diurno e annuo del Sole, relativamente ai suoi spostamenti sull'orizzonte locale, sia in azimut[21] che in altezza e declinazione. Alcune osservazioni del cielo notturno completano il quadro dei dati di riferimento sui quali gli alunni costruiscono rappresentazioni spaziali che si rispecchiano nel proprio orizzonte locale.

Già l'introduzione dell'uso dello gnomone quale strumento scientifico per fare le osservazioni delle ombre del Sole trasforma le attese della classe rispetto a ciò che si conosce già sul movimento diurno del Sole (sotto gli occhi di tutti, ogni giorno) in un evento nuovo che stimola curiosità, provoca domande, mostra eventi inattesi. L'attività assume da quel momento il carattere di una *esperienza contestualizzata nel qui ed ora* della classe che fa ipotesi, osserva, misura, rappresenta con disegni o schemi gli accadimenti che si susseguono sotto gli occhi degli alunni. È il **primo passo** della metodologia sperimentale.

I *dati osservativi* che emergono attraverso la misura (lunghezza delle ombre, ampiezza degli angoli, altezze angolari ecc.) costituiscono gli elementi della *matematizzazione*: lo schema ombra/gnomone/*raggio* del Sole si configura, infatti, come un triangolo rettangolo (piano orizzonte/verticale/direzione del Sole), al quale si applicano tutte le proprietà dei triangoli rettangoli. Gli eventi esperenziali osservati nel cortile della scuola si trasformano agli occhi degli alunni in *oggetti matematici* dentro la classe. È il **secondo passo** cruciale nella *modellizzazione* della realtà sperimentale che permette una *decontestualizzazione* dell'esperienza iniziale, sulla quale si può "ragionare" con una teoria matematica (geometria/aritmetica) e di cui si può parlare con un linguaggio scientifico.

In una opzione didattica a base sperimentale la matematizzazione dell'esperienza costituisce un nuovo aspetto da gestire per l'Insegnante, che ha il compito di rendere possibile una mobilizzazione dei concetti matematici necessari per la rappresentazione del fenomeno osservato, da parte di ciascun alunno, in vista della soluzione del problema affrontato. L'avanzamento del tempo didattico è possibile solo se cronogenesi (il progetto dell'insegnante) e topogenesi (concetti costruiti/apprendimento degli alunni) convergono nella situazione didattica organizzata dall'insegnante, per far rientrare

---

[20] La costruzione del modello è oggetto di approfondimento nel paragrafo 3.2.3. In Lai (2009) è presentato uno schema che sintetizza i passaggi epistemologici e didattici fondamentali nella modellizzazione dei fenomeni astronomici.

[21] *Azimut e altezza, declinazione*: sono **coordinate celesti** e servono per identificare la posizione degli astri sulla sfera celeste, rispettivamente nel sistema orizzontale (le prime due) e in quello equatoriale (la terza). L'*altezza* (h) è la distanza angolare dell'astro dall'orizzonte, e varia tra -90° e +90°. L'*azimut* (A) è la distanza angolare tra il punto Nord e il piede dell'astro (corrispondente alla distanza angolare tra meridiano locale e meridiano passante per l'astro), misurata in senso orario, e varia tra 0° e 360°. La *declinazione* ***(δ)*** é la distanza angolare tra l'intersezione del meridiano celeste passante per l'astro e l'equatore celeste e l'astro stesso, misurata lungo il meridiano celeste; si misura in gradi, primi e secondi (0°,90°) a partire dall'equatore celeste fino ai poli celesti, e si parla di declinazione positiva nell'emisfero boreale e di declinazione negativa in quello australe.

l’esperienza concreta vissuta dalla classe in un contesto “teorico” più ampio che la “includa” come parte del problema.
Nel caso del moto di rivoluzione della Terra che stiamo analizzando si osservano, ad esempio, le rette equinoziali e le diverse curve delle ombre solstiziali. *Come si formano queste curve? Cosa “raccontano” rispetto ai movimenti del Sole?* Lo studio pratico delle coniche fornisce una teoria che spiega l’origine delle curve: il ventaglio delle curve osservate conduce ad una rappresentazione del moto annuo del Sole in cui l’eclittica e l’equatore costituiscono elementi di una *raffigurazione* cui si possono applicare le regole della geometria. Nella metodologia sperimentale questa situazione identifica il **terzo passaggio: l’algoritmizzazione**. Questa situazione è caratterizzata da due processi complementari, e opposti, alla situazione precedente. Si determina, infatti, sia una *dematizzazione* che una *contestualizzazione* della *esperienza*: da una parte funzionano regole applicabili automaticamente a qualunque oggetto matematico dell’ordine della geometria o aritmetica e dall’altra si produce la soluzione del problema contestualizzato della/nella classe. Ma il processo scientifico di costruzione del ***modello*** non è ancora concluso. L’algoritmizzazione, infatti, porta ad una convalida del modello di tipo pratico, essendo garantita dalla sola corrispondenza tra eventi locali e teoria. L’esperienza di riferimento della classe è ciò che permette agli alunni di supporre che il modello messo in pratica è corretto. Ma in questo caso, il *modello* può essere percepito in un *senso ristretto*.
Si impone, dunque, la necessità di un **ultimo passaggio** nella metodologia sperimentale: l’individuazione di altri tipi di esperienze, ossia delle ***esperienze di conferma***. Il modello considerato come plausibile, occorre, quindi, che ora passi sotto la responsabilità degli allievi: ritrasferire i dati nel mondo reale, usando nuovamente le regole di corrispondenza, dalla teoria alla pratica. Prevedere ciò che accadrà, ad esempio, ai Poli o all’Equatore sulla Terra negli stessi istanti presi in considerazione a livello locale, consente di produrre prove di efficacità del modello e di acquisire una visione routinaria dell’efficacia del modello in toto.

2.2. Il percorso sperimentato

A partire dall’anno scolastico 2010/11 abbiamo condotto una attività di formazione finalizzata alla costruzione di un curriculum sperimentale[22] in cui alcuni temi dell’astronomia classica si inserissero nel curricolo di matematica secondo le nuove indicazioni ministeriali nell’ottica delle *scienze integrate*. I temi trattati nel secondo ciclo della scuola primaria, e anche nelle tre classi della scuola secondaria di primo grado, sono stati articolati secondo lo snodo epistemologico esplicitato nel paragrafo 1.1 e di seguito sintetizzati così come sono stati articolati inserendoli nel curricolo di matematica. Nella classe terza sono stati affrontati i temi seguenti: le ombre, l’orizzonte

[22] Elenco insegnanti partecipanti alla sperimentazione: M. Alberti (3a-4a-5a) dell’Istituto Comprensivo Statale “Monsignor Saba”- Elmas, S. Vaquer (4a-5a) dell’Istituto Comprensivo Statale “Monsignor Saba”- Elmas, A. Murgia (3a-4a-5a) del 2° Circolo di Capoterra, V. Cogotti (3a-4a-5a) della Scuola Elementare I. Stagno-Cagliari, A. Orofino (3a-4a-5a) della Scuola Elementare I. Stagno-Cagliari, M. G. Atzei (5a) della Scuola Elementare Comunale di Sinnai. Alle insegnanti, agli alunni e alunne va il nostro ringraziamento per la passione e l’attenzione con la quale hanno partecipato all’attività svolta.

locale, la linea meridiana, l'orientamento locale. Rappresentazione dell'ombra del Sole rispetto all'orizzonte "locale", l'uso dello gnomone, meridiano locale. Nella classe quarta: il moto della Luna e il sistema solare. Nella classe quinta: i fusi orari e le stagioni. Nel seguito descriviamo nel dettaglio la progettazione costituita dalla articolazione in fasi dell'attività sperimentata, per ciascuna delle quali abbiamo esplicitato il compito dell'alunno e quello dell'insegnante evidenziando gli snodi cruciali dei processi di devoluzione e di istituzionalizzazione dei diversi saperi coinvolti.

3. L'ESPERIENZA REALIZZATA NELLA SCUOLA PRIMARIA

Secondo le scelte teoriche illustrate nei capitoli precedenti e con la finalità di realizzare una nicchia per l'astronomia classica nel curricolo della scuola primaria, negli ultimi tre anni abbiamo condotto una sperimentazione finalizzata alla costruzione di un curriculum sperimentale che, in linea con le nuove Indicazioni, permettesse anche di costruire uno scenario significativo per alcuni contenuti di matematica che tradizionalmente vengono trascurati o rimangono precostruiti.
Nel raccontare l'esperienza realizzata nella scuola primaria, vogliamo centrare, dunque, la nostra attenzione sul curriculum dell'astronomia, disciplina vista nel duplice aspetto di scienza osservativo-sperimentale e in integrazione con la matematica e sul lavoro svolto dall'Insegnante in relazione alla progettazione delle attività didattiche rivolte alla propria classe, per dar conto di come si articoli la destrutturazione delle pratiche abituali quando si attua un insegnamento a carattere sperimentale, che svilupperemo nel paragrafo 3.2.

3.1. Strategie di formazione degli insegnanti: accompagnamento

La formazione è stata realizzata *in situazione*, nel senso che i percorsi, relativi a fenomeni complessi come il moto della Luna e il moto annuo della Terra in relazione alle stagioni, sono stati realizzati e vissuti in una sorta di simulazione con gli insegnanti in formazione, prima della realizzazione in classe. Ciò si è reso necessario perché, nella normalità, gli insegnanti di scuola primaria non hanno una formazione iniziale sui contenuti di astronomia. Ma anche nel caso in cui tale formazione faccia parte del bagaglio iniziale, come per i laureati in discipline scientifiche che insegnano alla scuola secondaria, spesso le conoscenze risultano solo precostruite. I fatti osservabili non sono collegati al modello del fenomeno o al contenuto di astronomia, che pure hanno incontrato nella loro formazione universitaria. Trascureremo il resoconto dettagliato della parte di formazione sui contenuti teorici di Astronomia, che hanno impegnato diverse fasi della nostra esperienza. Riassumiamo brevemente solo i temi trattati: ombre e geometria: i triangoli d'ombra; piano di proiezione dell'ombra; la linea d'ombra e i "raggi ombrosi"; il teorema di Desargues. Astronomia: definizione di orizzonte astronomico; il meridiano locale e la linea meridiana; coordinate orizzontali di un astro; coordinate equatoriali ed eclitticali; variazioni equatoriali del Sole; principi di misura del Tempo: giorno siderale, giorno solare vero, giorno solare medio; moto annuo del Sole: le stagioni; moto della Luna: Fasi lunari; mese sinodico e mese siderale; eclissi.
Come si è detto, la sequenzializzazione delle attività da realizzare in classe, predisposta dai formatori, è stata studiata insieme agli insegnanti per quanto riguarda soprattutto la

fase di previsione delle modalità di realizzazione. L'integrazione delle attività di astronomia nel curriculum di matematica e l'acquisizione da parte degli insegnanti sperimentatori di una capacità previsionale degli eventi in classe, relativamente alla posizione dell'insegnante e dell'alunno rispetto ai saperi in gioco nelle varie fasi dell'attività, sono state le finalità principali della formazione. Fondamentale si è rivelato il ruolo di tutoraggio e la presenza dell'esperto/ricercatore nelle fasi cruciali del lavoro di messa in opera della metodologia sperimentale; si è cioè realizzata una strategia di accompagnamento (nel senso di Assude, Grugeon 2003) nelle fasi di lavoro in classe e di osservazione. Torneremo in conclusione su questi aspetti; nel paragrafo seguente sono delineate le fasi con i dettagli dell'esperienza sul fenomeno delle stagioni realizzata nelle classi quinte.

3.2. L'esperienza in classe quinta: le stagioni

Riportiamo nelle due tabelle seguenti l'articolazione temporale delle otto fasi dell'attività che si è sviluppata lungo l'arco temporale di un anno scolastico, con osservazioni programmate a cadenza stabilita, in relazione ai dati osservativi da raccogliere. Nella Tabella 1 riportiamo, oltre a tempi e fasi, i contenuti matematici coinvolti e le abilità e competenze in relazione ai Traguardi formativi in chiave europea.

Tabella 1 - Articolazione delle attività "le stagioni"

Tempi	Fasi attività astronomia	Abilità Competenze	Concetti matematici
In cortile: 1 ora per ogni osservazione a cadenza mensile	A. Rappresentazione attraverso un disegno dello spostamento del sorgere/tramontare del Sole rispetto all'orizzonte "locale" della scuola, con l'uso dello *gnomone*	Osservare, analizzare e descrivere fenomeni appartenenti alla realtà naturale e agli aspetti della vita quotidiana, formulare ipotesi e verificarle utilizzando semplici modellizzazioni e schematizzazioni	Rette, angoli, rette parallele, rette perpendicolari
Attività osservativa del cielo notturno: 1 ora ogni osservazione .	B. Dall'orizzonte alla volta celeste. Intuizione del concetto di *Eclittica*. Le osservazioni dei pianeti	L'alunno sviluppa atteggiamenti di curiosità e modi di guardare il mondo che lo stimolano a cercare spiegazioni di quello che vede succedere	Coniche, circonferenza, ellisse,
Attività osservativa del cielo notturno: 1	C. Altre scoperte sul cielo: Identificazione della direzione della *Stella polare* e dell'*Asse*	L'alunno sviluppa atteggiamenti di curiosità e modi di guardare il mondo che	Concetto di piano

ora ogni osservazione. Orsa Maggiore	*Terrestre*.	lo stimolano a cercare spiegazioni di quello che vede succedere	
Attività osservativa del cielo notturno: 1 ora - Orione	D. Intuizione del concetto di *Equatore celeste*	Individua nei fenomeni somiglianze e differenze, fa misurazioni, registra dati significativi, identifica relazioni spazio/temporali.	Concetto di piano Concetto di polo di un piano
Attività in cortile: 1 ora Attività in classe: 1ora	E. Visualizzare, attraverso un disegno, i diversi archi del moto diurno del Sole nei vari momenti dell'anno, in particolare agli equinozi e ai solstizi, rispetto all'orizzonte locale.	Sviluppa semplici schematizzazioni e modellizzazioni di fatti e fenomeni ricorrendo, quando è il caso, a misure appropriate e a semplici formalizzazioni	Parabole Concetto di intersezione di piani Archi di circonferenza
	F. Visita al Planetario		
	G. Rappresentazione in classe del *Moto di rivoluzione della Terra* attraverso il *Gioco delle Costellazioni*. Il modello Terra/Sole e le stagioni	Sviluppa semplici schematizzazioni e modellizzazioni di fatti e fenomeni ricorrendo, quando è il caso a misure appropriate e a semplici formalizzazioni.	Proiezioni
	H. Equivalenza del modello tolemaico e copernicano	Individua aspetti quantitativi e qualitativi nei fenomeni, produce rappresentazioni grafiche e schemi di livello adeguato, elabora semplici modelli.	Matematica come strumento di modellizzazione

Nella tabella 2 riportiamo il dettaglio delle 8 fasi nelle quali abbiamo esplicitato le domande che pone l'insegnante, le conclusioni a cui ciascuna fase è finalizzata (istituzionalizzazione di conoscenze costruite o domande rilanciate che tendono a far progredire il processo di devoluzione dei problemi o delle conoscenze), il compito dell'alunno.

Tabella 2 – Progettazione e previsione della realizzazione dell'esperienza

Fase A - Rappresentazione attraverso un disegno dello spostamento del sorgere/tramontare del Sole rispetto all'orizzonte "locale" della scuola, con l'uso dello *gnomone*
Interazioni Insegnante/alunno
L'insegnante in classe avvia la devoluzione sulla nuova problematica: le stagioni
L'insegnante avvia una discussione con la classe per far emergere i saperi già esistenti tra gli alunni, su questo tema. L'obiettivo della discussione è quello di esplicitare la relazione, dal punto di vista qualitativo, della diversa posizione del Sole/della durata dì-notte/del clima nel corso dell'anno e di proporre una attività di osservazione più puntuale del movimento del Sole per scoprirne il comportamento nell'orizzonte locale.
L'insegnante programma l'attività di osservazione[23]
In riferimento all'attività osservativa definisce i gruppi di lavoro, ne assegna i compiti e prepara il materiale occorrente: o gnomone, livella, filo a piombo, cartoncino bianco[24] o carta da pacchi sul quale si proiettano le ombre dello gnomone, pennarelli di diverso colore per tracciare nelle diverse ore le ombre, spago per misurare, forbici, un orologio con i minuti per registrare i tempi delle osservazioni ed effettuare **l'osservazione necessaria del *mezzogiorno vero*** (mezzogiorno solare), macchina fotografica, quaderni e matite per documentare durante lo svolgimento dell'attività **"ciò che si fa".**
L'insegnante istituzionalizza e documenta
L'insegnante, dopo ogni **giornata osservativa,** istituzionalizza in classe i risultati trovati. In particolare **istituzionalizza e documenta**: ✓ Punto e direzione del sorgere e/o tramonto del Sole sull'orizzonte nel cortile della scuola ✓ Orario del mezzogiorno vero ✓ Lunghezza dell'ombra più corta ✓ La forma della curva tracciata dalla direzione delle ombre dello gnomone nel corso della giornata osservativa ✓ Documenta in un cartellone i risultati e i materiali prodotti dalla classe ✓ Mette in evidenza i cambiamenti di forma delle curve tracciate dall'ombra

[23] Nella esperienza realizzata la prima osservazione è stata effettuata il giorno dell'equinozio di autunno 2012. La scheda riportata si riferisce dunque a tale esperienza.
[24] La grandezza del cartoncino dipende dall'altezza dello gnomone.

L'insegnante rilancia una domanda alla classe: *sarà così tutto l'anno*?

Raccoglie tutte le ipotesi fatte dagli alunni e le riporta su un tabellone (l'utilizzazione della LIM in questa fase può consentire all'insegnante di coordinare il lavoro di uno o due alunni che registrano alla lavagna e degli altri che al posto registrano sul proprio quaderno).

Al completamento delle osservazioni l'insegnante avvia una discussione sui punti del sorgere e tramontare del Sole durante l'anno

Obiettivo discussione è far notare che: il Sole si sposta sull'orizzonte. Discostamento dal punto EST/OVEST.

Le domande e il compito dell'insegnante:

in quali giorni dell'anno il Sole sorge ad Est e tramonta ad Ovest?
L'insegnante fa riferimento al quaderno delle osservazioni. Equinozi.

In quali giorni dell'anno il Sole sorge più lontano da Est: verso quale parte dell'orizzonte?
L'insegnante fa riferimento al quaderno delle osservazioni e verifica con la classe che il Sole si sposta verso Sud. Solstizio d'Inverno.

Cosa accade dopo?
L'insegnante fa riferimento al quaderno delle osservazioni e verifica con la classe che il sorgere del Sole si sposta verso Nord.

In quale periodo dell'anno ci si trova?
Ci si avvicina al Solstizio d'estate. Il quaderno delle osservazioni consente una intuizione geometrica: la forma della curva mostra una curvatura verso l'interno.

Nel mese di maggio è possibile avviare, in una discussione collettiva con tutta la classe, una prima **istituzionalizzazione del comportamento del Sole durante l'anno**.

- ✓ **Equinozio d'Autunno - 23 settembre**. Il Sole sorge esattamente ad EST e tramonta esattamente ad OVEST. L'ombra dello gnomone traccia una **retta** sul piano dell'orizzonte.
- ✓ **Solstizio d'Inverno - 22 dicembre**. A partire dal giorno dell'Equinozio d'Autunno, il Sole **si sposta** sull'orizzonte dal punto cardinale EST **verso SUD** ogni giorno fino a raggiungere la massima distanza dal punto EST il 22 Dicembre; L'ombra dello gnomone traccia sul piano dell'orizzonte una curva (**iperbole**) con concavità rivolta a NORD.
- ✓ **Equinozio di Primavera- 21 marzo**. Successivamente il Sole **ritorna indietro** verso il punto cardinale EST, che raggiunge il 21 Marzo. Quindi il Sole sorge nuovamente nel punto cardinale EST e l'ombra dello gnomone traccia una **retta** sul piano dell'orizzonte.

- ✓ **Solstizio d'Estate – 21 giugno.** Dopo l'Equinozio di Primavera, il Sole **si sposta** quotidianamente dal punto cardinale EST verso NORD, sino a raggiungere la sua massima distanza da EST il giorno del Solstizio d'Estate- 21 giugno. L'ombra dello gnomone traccia sul piano dell'orizzonte una curva **(iperbole)** con concavità rivolta a SUD.
- ✓ **Equinozio d'Autunno- 23 settembre.** Il Sole **ritorna indietro** verso il punto cardinale EST, che raggiunge il 23 settembre. Quindi il Sole sorge nuovamente nel punto cardinale EST e l'ombra dello gnomone traccia una **retta** sul piano dell'orizzonte.

Il compito dell'alunno

Iniziano le osservazioni nel cortile delle scuola. La prima osservazione all'Equinozio d'Autunno.

Attività per gruppi di alunni/e:

- Un gruppo di alunni/e realizza un disegno/cartoncino del contorno visivo del cortile della scuola, (palazzi/alberi o altri punti di riferimento) nel quale si segnano i punti cardinali. Il gruppo disegna la posizione del Sole rispetto a questo orizzonte (punto di riferimento locale)
- Un gruppo di alunni fotografa il Sole appena sorto
- Un gruppo di alunni/e in un ampio spazio, esposto Est/Ovest[25] sistema il cartoncino e posiziona lo gnomone sopra il cartoncino, segnando subito con un pennarello i contorni della base di appoggio dello gnomone. Gli alunni verificano la verticalità dello gnomone usando il filo a piombo e la livella.

Raccolta dati

Ore **08.00 del 23 settembre**: Gli alunni osservano l'ombra. Con un pennarello tracciano l'ombra dello gnomone (direzione OVEST) e prolungano la retta verso EST.

Domande dell'insegnante: *quanto è lunga l'ombra? La possiamo già misurare?*

- Ore 8.30. Gli alunni/e fissano in maniera ben visibile l'estremità dell'ombra dello gnomone e il suo prolungamento verso il punto cardinale Est. **Fotografano /disegnano la posizione del Sole e fissano** la direzione del Sole con un segno **di riferimento nel cortile.**

Gli alunni/e constatano che in quel punto, ad Est è appena sorto il Sole. La retta tracciata è la linea Est-Ovest.

- Ripetono l'osservazione e fissano bene l'estremità dell'ombra con un segno, gessi colorati o nastro adesivo ed effettuano la **misura dell'ombra ogni ora**.

[25] E un sapere supposto acquisito. Nella classe di riferimento la individuazione dei punti cardinali, linea meridiana è stata realizzata nel maggio precedente alla fine dell'anno scolastico.

- Alle **ore 13.02** misurano l'ombra del *mezzogiorno vero* e segnano il punto di estremità dell'ombra.

- Gli alunni **uniscono i punti** dell'estremità delle ombre misurate. Fotografano **l'attività di congiungimento** dei punti di estremità delle ombre e la linea ottenuta fino a mezzogiorno.

Domande dell'insegnante: *che cosa si ottiene?* Gli alunni constatano che è una semiretta.

Cosa accadrà nel pomeriggio? Cosa si può prevedere rispetto alla linea delle ombre? Si formerà ancora una linea retta?

- Gli alunni ripetono la **misura alle 13.30 e se è possibile anche alle 14.30** (prima di andare via dalla scuola, o può anche farlo l'insegnante da sola) in modo che essi **vedano** quello che accade **dopo il mezzogiorno e comprendano cosa significa "simmetria" delle ombre rispetto al mezzogiorno.**

In classe, il giorno dopo: Istituzionalizzazione delle conoscenze

Gli alunni scrivono nel quaderno il risultato osservato:

✓ Le ombre dello gnomone descrivono sull'orizzonte una retta. Il Sole sorge esattamente ad Est e tramonta esattamente ad Ovest. È l'Equinozio di Autunno.

Si rilancia una domanda alla classe: *sarà così tutto l'anno?*

- Gli alunni esprimono le proprie ipotesi e le trascrivono su un tabellone.

Altre osservazioni durante l'anno scolastico

- Gli alunni ripetono queste attività. Osservazioni/fotografie/disegni con le stesse modalità già sperimentate nei seguenti mesi: novembre/21 dicembre/febbraio/ 21 marzo/maggio.

Gli alunni osservano e constatano che:

- Nel mese di novembre: la linea retta formata dalle ombre osservata all'equinozio d'autunno si è trasformata; la retta si è incurvata. Anche la direzione in cui sorge il Sole è cambiata; non è più nel punto cardinale Est, esso è sorto più a Sud.

- Il 21 di dicembre: il ventaglio delle ombre osservate in questo giorno assume una forma curva; la curvatura è verso l'interno. Anche la direzione in cui sorge il Sole si è modificata; il punto del sorgere è spostato ancora più a Sud. **È il solstizio d'inverno.**

- Nel mese di febbraio: il ventaglio delle ombre osservate in questo giorno mostra un nuovo cambiamento, la linea è meno "curva"; anche la direzione in cui sorge il Sole è di nuovo cambiata; il punto in cui esso è sorto è spostato verso il punto cardinale Est.

- Il 21 di marzo: il ventaglio delle ombre osservate in questo giorno mostra un nuovo cambiamento: la linea delle ombre è ritornata retta; la direzione in cui è sorto il Sole è nuovamente cambiata, esso è sorto esattamente nel punto cardinale Est e tramonta esattamente al punto cardinale Ovest. **È l'equinozio di primavera.**
- Nel mese di maggio la linea retta formata dalle ombre osservata all'equinozio di primavera si è trasformata; la retta si è incurvata e la curvatura appare verso l'esterno. Anche la direzione in cui sorge il Sole è cambiata; non è più nel punto cardinale Est, esso è sorto più a Nord.

Questione per la classe: *come si trasformerà il ventaglio delle ombre il 21 giugno, ossia al solstizio d'estate?*

Istituzionalizzazione delle conoscenze acquisite, che gli alunni trascrivono nel quaderno

✓ Per ciascuna osservazione, gli alunni scrivono nel quaderno il risultato osservato come per l'Equinozio d'Autunno.

A conclusione di tutte le osservazioni (e se si riproduce l'attività a livello della scuola secondaria, la domanda è ora di natura matematica), questione per la classe: *come si chiamano le curve solstiziali? Come si creano?*

Fase B - Dall'orizzonte alla volta celeste. Intuizione del concetto di *Eclittica*. Le osservazioni dei pianeti
Interazioni Insegnante/alunno
Nel mese di febbraio iniziano le osservazioni del cielo notturno, alla scoperta dell'eclittica**.** L'Insegnante stimola la **devoluzion**e verso l'osservazione del cielo notturno alla classe. I bambini hanno già osservato sia lo spostamento del sorgere del Sole da Est verso Sud e da Sud verso Est. Hanno già notato la diversa altezza dell'arco diurno del Sole durante questi mesi. L'Insegnante fa leva su queste osservazioni e avvia una discussione in classe. **Domande e discussione:** *Ma se il Sole sorge in punti diversi dell'orizzonte e in corrispondenza di tali posizioni percorre archi diversi nel cielo, durante l'anno, come le ombre raccontano di giorno, quali oggetti celesti vediamo nel cielo notturno lungo la fascia che il Sole ha percorso durante il giorno? Come possiamo saperlo?* **Ricerca del cammino del Sole: eclittica** a. Creata la situazione della devoluzione, l'insegnante introduce la finestrella astronomica. L'insegnante sceglie i giorni in cui è possibile vedere bene i pianeti, cercando soprattutto le *congiunzioni*[26]*: Luna – pianeta; pianeti visibili dopo il*

[26] Due o più pianeti sono in *congiunzione* se sorgono e tramontano a breve distanza temporale l'uno dall'altro.

tramonto del Sole.[27] Nei giorni stabiliti i bambini vedranno Giove-Marte-Saturno-Venere, a seconda del periodo dell'anno in cui si osserva.

L'insegnante raccoglie le osservazioni dei pianeti da parte dei bambini.

L'insegnante raccoglie tutti i **disegni** degli alunni sulle osservazioni dei **pianeti**, registrate durante il mese dell'osservazione. Fa immaginare loro una linea ideale che li congiunga: tale linea/piano ***è molto vicina*** al piano dell'orbita del Sole, ossia del cammino che il Sole percorre durante l'anno, che è appunto l'**Eclittica**.

Le osservazioni degli antichi: l'insegnante racconta[28] la mappa del cielo

Sorgere eliaco. Ogni giorno al tramonto osservavano le stelle che tramontavano insieme al Sole. Le segnavano in una mappa. Ogni giorno si accorgevano che quando il Sole tramontava la stella del giorno prima non c'era più: era già tramontata. Il Sole sempre in ritardo, di circa 4 minuti. Allora presero a nominare queste stelle, e si accorsero che non cambiavano posizione l'una rispetto all'altra. Per riconoscerle "inventarono" le Costellazioni: le immaginavano come disegni di animali o persone e dettero loro un nome. Il cammino del Sole è segnato nel cielo dalle costellazioni zodiacali**. Nominarle e mostrare l'astrolabio[29]. Consolidare questa intuizione al Planetario.**

Il compito dell'alunno

Le osservazioni dei pianeti da parte degli alunni

- Gli alunni riportano nel quaderno le indicazioni per l'osservazione contenute nella scheda discussa in classe, la finestrella astronomica.
- Lavoro a casa: **la finestrella astronomica.**
- Cercano un luogo della casa da dove possono osservare bene il cielo (la propria ***finestrella astronomic***a). Trovano i punti cardinali nella ***finestrella***, la disegnano, con i punti cardinali, in un quaderno.
- Osservano nel cielo notturno alle ore 19.00, dopo il 15 di febbraio 2012 **da Est verso Ovest**. Cercano due oggetti celesti molto brillanti, appena tramontato il Sole, prima ancora che sorgano tutte le stelle. **Osservano Venere e Giove; la sera del 25 febbraio osservano congiunzione Luna e Venere.**
- Disegnano gli oggetti trovati nel proprio quaderno, tenendo conto della loro posizione rispetto ai punti cardinali.
- Osservano ancora dopo un'ora e osservano se vi sono delle altre stelle brillanti che

[27] Nell'esperienza condotta ad Elmas nel mese di febbraio 2012 i bambini hanno osservato: Venere e Giove molto vicini, e poi Marte. Hanno osservato, inoltre, la congiunzione di Luna e Marte, Luna e Venere; Luna e Giove

[28] Non abbiamo fatto osservazioni sistematiche delle costellazioni zodiacali, perché non era questo l'obiettivo del percorso. L'intuizione della fascia zodiacale è sufficiente per costruire il concetto di "cammino del Sole fra le stelle durante l'anno", che servirà per la rappresentazione del modello di moto annuo apparente del Sole.

[29] L'astrolabio è stato presentato dal ricercatore nel ruolo di insegnante in quel momento in classe. Gli alunni hanno usato operativamente l'astrolabio, e constato l'intreccio eclittica/equatore celeste.

stanno nella stessa linea con questi oggetti molto brillanti.

- Se le hanno individuate, le disegnano nel quaderno (a lato, un esempio di elaborato di un alunno in questa fase).

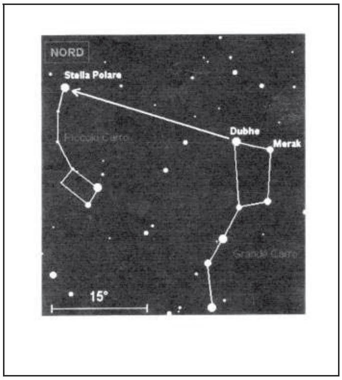
Il giorno dopo queste osservazioni, istituzionalizzazione delle conoscenze: i nomi degli oggetti celesti e intuizione dell'eclittica

- ✓ Gli alunni apprendono i nomi dei pianeti osservati e il nome delle stelle più brillanti nella fascia indicata (Castore e Polluce/I Gemelli; Aldebaran/Toro).
- ✓ In interazione con l'insegnante rappresentano con la mente una linea/fascia che congiunga i pianeti e anche la Luna.
- ✓ Constatano che tale fascia si trova nel cielo molto vicina al percorso del Sole nel suo arco diurno.
- ✓ Questa fascia dove *camminano i pianeti* e dove ci sono le costellazioni dei Gemelli e del Toro, si chiama Eclittica.
- ✓ Trascrivono il racconto dell'insegnante nel quaderno.
- ✓ Ripetono le stesse osservazioni a distanza di 15 giorni e di un mese, per verificare cosa è cambiato nel cielo notturno dopo il tramonto del Sole.
- ✓ Ricercano notizie sui pianeti osservati.
- ✓ Producono lavori e rappresentazioni individuali dell'eclittica.

Fase C - Altre scoperte sul cielo: Identificazione della direzione della *Stella polare* e dell'*Asse Terrestre*.
Interazioni Insegnante/alunno
L'insegnante propone una nuova osservazione del cielo notturno. Senza nominare l'oggetto da trovare (il *Grande Carro*) consegna alla classe la scheda di osservazione individuale.[30] Il giorno dopo l'osservazione

[30] Si può fare prima o dopo l'osservazione dell'eclittica. In questo caso è stata fatta prima.

L’insegnante raccoglie i disegni effettuati della costellazione del **Grande Carro. E fa notare che: s***e si traccia una linea ideale dalle stelle del timone per una distanza pari a 5 volte quella che le separa, si trova solitaria una sola stella, non molto brillante: la* ***stella Polare*.**



L’Insegnante chiede che venga ripetuta l’osservazione del Grande Carro **con la consegna di trovare con il metodo indicato in classe la stella polare.**

L’insegnante raccoglie tutti i disegni che identificano la stella polare e procede con l’istituzionalizzazione delle conoscenze acquisite, in particolare il ruolo della Stella Polare per l’orientamento.

Istituzionalizzazione

Identificare la direzione della stella polare è importantissimo, per due motivi:

- ✓ Perché la stella polare indica il Nord e quindi di notte possiamo orientarci in modo sicuro nel nostro viaggiare sulla Terra.
- ✓ Perché verso la Polare è diretto l’asse di rotazione della Terra. In una notte di osservazione noi vedremmo tutte le stelle ruotare intorno a questo punto/stella.

Il compito dell’alunno

Osservazione del Grande Carro

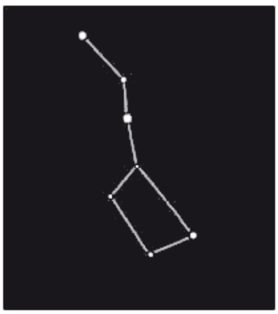
- I bambini osservano a casa, seguendo le indicazioni della scheda.

Scheda di osservazione individuale

Osserva nel cielo notturno verso Sud :

dal 10 Gennaio a partire dalle ore 20.00 trova la costellazione che ha la forma rappresentata dall’immagine riprodotta in questa pagina.

fai un disegno.



Il giorno dopo l'osservazione

- Gli alunni mostrano i disegni.
- Discutono e si confrontano con la classe: ogni alunno spiega come ha osservato, illustra il proprio disegno.
- Seguono la notazione dell'Insegnante su "come" trovare la stella polare in cielo, una volta individuato il Grande Carro.

Una nuova osservazione

- Gli alunni ripetono l'osservazione del Grande Carro per trovare la stella Polare
- Disegnano ciò che "vedono".

Il giorno dopo **nella fase di istituzionalizzazione**: ogni alunno registra nel proprio quaderno

- ✓ L'importanza della Stella Polare per l'orientamento notturno.
- ✓ Gli effetti della posizione dell'asse di rotazione della Terra che punta verso la *Polare* nel cielo notturno: tutte le stelle ruotano intorno ad essa durante la notte.

Fase D - Intuizione del concetto di *Equatore celeste*.
Interazioni Insegnante/alunno
Proseguono le osservazioni del cielo notturno: l'osservazione di Orione e l'intuizione dell'equatore celeste L'insegnante, dopo aver verificato che tutti gli alunni abbiano acquisito il concetto di *asse di rotazione terrestre*, che punta verso la stella polare, discute con la classe la scheda di osservazione di un'altra costellazione, da fare a casa nella propria **finestrella astronomica: Orione** Dopo le osservazioni L'insegnante raccoglie i disegni effettuati e svela in classe il nome della costellazione: si tratta di **Orione, il cacciatore, con la sua cintura, formata da tre stelle.** Racconta il mito. Partendo dai disegni, l'insegnante fissa l'attenzione sulla "cintura": unendo le tre stelle si forma una retta. L'insegnante stimola la classe ad "immaginare" di unire idealmente le tre stelle e di tracciare una linea retta che va verso la stella polare. È una retta **perpendicolare** alla cintura di Orione. L'insegnante mostra l'*astrolabio* ritrovando questa direzione: cintura-stella polare e consolida con questa rappresentazione l'intuizione originata dai disegni della classe.
L'insegnante **istituzionalizza** la "scoperta" di queste direzioni nello spazio celeste: ✓ la cintura di Orione è attraversata da un piano che è perpendicolare all'asse di rotazione terrestre. La cintura di Orione identifica uno speciale piano nello

spazio della volta celeste: si tratta **dell'Equatore Celeste.**

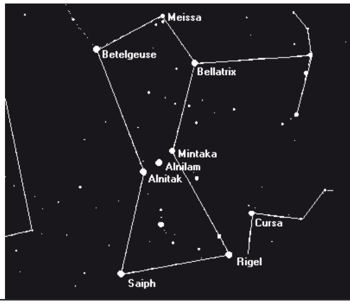
L'insegnante ricorda che tutte le osservazioni (costellazioni e i pianeti) , effettuate ad occhio nudo, si "ri-vedranno" nel Planetario.

Il compito dell'alunno

- I bambini eseguono le osservazioni a casa, seguendo le indicazioni della scheda riportata di seguito

Scheda di osservazione individuale

Dal 15 Gennaio a partire dalle ore 21.00 osserva nel cielo notturno verso Sud: trova la costellazione che ha la forma rappresentata dall'immagine riprodotta in questa pagina.



Il giorno dopo l'osservazione

- Gli alunni mostrano i disegni.
- Discutono e si confrontano con la classe: ogni alunno spiega come ha osservato, illustra il proprio disegno.
- Seguono la notazione dell'Insegnante su "come" unire le tre "stelle" della *cintura di Orione*.
- La classe discute con l'Insegnante sul "congiungimento "*cintura/stella polare*"
- Ciascun alunno/a verifica questa *intuizione* nell'*astrolabio*, mostrato dall'Insegnante: identifica l'*Equatore Celeste*.

Istituzionalizzazione. Ogni alunno registra nel proprio quaderno:

- ✓ L'attività di identificazione della cintura di Orione.
- ✓ La definizione di *Equatore Celeste*.

Fase E - Visualizzare, attraverso un disegno, i diversi archi del moto diurno del Sole

Interazioni Insegnante/alunno

L'insegnante avvia una fase di rappresentazione delle osservazioni del moto annuo apparente del Sole, al termine delle osservazioni annuali. Tale attività si svolge nel **mese di maggio**, quando è possibile verificare l'ulteriore cambiamento del ventaglio delle ombre dello gnomone nel corso di una giornata: esse presentano l'aspetto di un ramo d' iperbole, con la curva rovesciata rispetto al solstizio d'inverno[31].

[31] Il tempo scuola in Italia non permette le osservazioni al solstizio estivo.

Si tratta di effettuare il passaggio dai disegni, e fotografie, realizzate dagli alunni durante l'anno scolastico, dello spostamento del sorgere/tramontare del Sole sul proprio orizzonte sensibile e dei relativi archi diurni del Sole, alla rappresentazione geometrica in un orizzonte fittizio di tale spostamento. Obiettivo dell'attività é dunque:

> Rappresentazione attraverso un disegno dello spostamento del sorgere/tramontare del Sole rispetto all'orizzonte "locale" della scuola.

L'Insegnante organizza la sequenza delle azioni necessarie per realizzare l'attività di rappresentazione che si snoda nei seguenti punti:

- Fare un disegno/cartoncino del contorno del cortile della scuola, identificando le direzioni delle diverse posizioni del sorgere del Sole, durante le osservazioni effettuate.
- Utilizzare anche le foto delle tracce dell'ombra dello gnomone in corrispondenza del sorgere del Sole.
- Far notare ai bambini lo spostamento dei "punti" del sorgere del Sole, durante l'anno.

Varianti dell'attività:
- Chiedere agli alunni di simulare con un disegno il piano dell'orizzonte (fare cioè una ellisse). Su questa segnare i punti cardinali, orientati rispetto al cortile della scuola. E dai punti Est/Nord-Est/Sud-Est tracciare archi di circonferenze verso Ovest/Nord-Ovest/Sud-Ovest per rappresentare il moto diurno del Sole.

Oppure
- se i fogli in cui è rappresentato l'orizzonte della scuola sono prestampati: far disegnare gli ***archi diurni del Sole congiungendo sorgere/tramontare.***

Questione/discussione dell'Insegnante con la classe:
Quali sono le conseguenze di questo movimento annuale del Sole sulla Terra?
A quali giorni dell'anno corrispondono questi cambiamenti?
Come cambiano il dì e la notte in queste giornate?
Quanto tempo passa da un cambiamento all'altro?
Come vengono chiamati questi periodi/intervalli di tempo?

Le attese dell'Insegnante: la discussione porta alla periodizzazione e caratteristiche climatiche delle stagioni.

Segue la fase di Istituzionalizzazione nella quale gli alunni, in interazione con l'insegnante che propone e o gestisce le loro formulazioni sui contenuti disciplinari raggiunti:

I saperi istituzionalizzati relativi al comportamento del Sole durante l'anno.

- ✓ La descrizione e identificazione della posizione del Sole sull'orizzonte rispetto ai punti del sorgere e tramontare e le relative curve.

Dopo l'Istituzionalizzazione. L'insegnante rilancia la questione iniziale della classe:

Perché esistono le stagioni?

L'insegnante annuncia che prima di dare la risposta a questa domanda si farà una visita al Planetario.

Il compito dell'alunno

La classe discute sulle attività osservative effettuate relativamente al movimento apparente del Sole, sia rispetto ai punti del sorgere/tramontare, sia sulla diversa ampiezza degli archi diurni tracciati dal Sole in corrispondenza di questi punti:

Sole più alto/più basso a mezzogiorno sull'orizzonte - più/meno ore di luce; dì/notte.

Gli alunni riprendono i disegni delle osservazioni fatte durante l'anno, dall'equinozio di autunno all' equinozio di primavera e le osservazioni del mese di maggio e svolgono le seguenti attività **in gruppo:**

- Ogni gruppo rappresenta con un disegno il piano dell'orizzonte della scuola, inserendovi i punti di riferimento del cortile dove sono state eseguite le osservazioni del Sole.
- Su questo segnano i punti cardinali, orientati rispetto al cortile della scuola. E dai punti Est/ Nord-Est/ Sud-Est tracciano archi di circonferenze verso Ovest/Nord-Ovest/Sud-Ovest per rappresentare il moto diurno del Sole.

Oppure (in relazione al tempo che l'insegnante può riservare a questa fase) su fogli prestampati in cui è rappresentato l'orizzonte della scuola:

- Rappresentano i punti del sorgere e tramontare corrispondenti ai solstizi e agli equinozi.
- Tracciano gli ***archi diurni del Sole congiungendo sorgere/tramontare.***

*A*rco più lungo al solstizio estivo; medio all'Equinozio; più corto al solstizio d'inverno.

Istituzionalizzazione. Gli alunni trascrivono nel quaderno i risultati dell'attività e i contenuti disciplinari raggiunti

- ✓ Tipologie di curve relative alle osservazioni effettuate: Retta equinoziale e iperboli.
- ✓ Saperi istituzionalizzati relativamente al comportamento del Sole durante l'anno:
  - ✓ Equinozio d'Autunno: inizio dell'autunno
  - ✓ Solstizio d'Inverno: inizio dell'inverno
  - ✓ Equinozio di Primavera: inizio della primavera
  - ✓ Solstizio d'Estate: inizio dell'estate

Fase F - Visita al Planetario
Interazioni Insegnante/alunno
Ai primi di maggio: si prepara la visita al Planetario[32]. **Con la classe l'insegnante:** Ricorda le attività svolte e le conoscenze acquisite relativamente al moto apparente del Sole durante l'anno (fasi dell'attività da A ad E). Rilancia e raccoglie le domande della classe a cui si vuole dare risposta; in particolare: come si muove il Sole tra le stelle, durante l'anno (le costellazioni zodiacali), il moto della sfera celeste intorno alla Polare, l'equatore celeste, il movimento in altezza del Sole in meridiano, l'inclinazione dell'asse terrestre rispetto all'eclittica.
Il compito dell'alunno
Al Planetario Gli alunni/e osservano i movimenti della volta celeste, le simulazioni del moto del Sole, della Luna e dei pianeti. Rispetto alle stagioni, consolidano in maniera anche visiva i seguenti fenomeni: a. La Terra attraversa, in un anno, l'eclittica (e vede il Sole proiettato nel cielo attraverso le costellazioni zodiacali), con l'asse di rotazione che punta sempre verso il Nord celeste b. La Terra, dunque, mantiene l'asse parallelo a se stesso, lungo questa rivoluzione, e ciò spiega la diversa durata del dì e della notte durante l'anno e alle varie latitudini. c. Posizione dell'Equatore e dell'Eclittica agli Equinozi: questi due piani coincidono. d. A causa dell'asse terrestre, inclinato di circa 66° 33' rispetto all'orbita della Terra, che si mantiene parallelo nel corso del movimento annuale intorno al Sole, i raggi solari lambiscono la Terra in modo totalmente diverso durante l'anno; la differente irradiazione causa le stagioni e dunque la diversità del clima. Fasce climatiche.

Fase G - Rappresentazione in classe del *Moto di rivoluzione della Terra* attraverso il *Gioco delle Costellazioni* - Il modello Terra/Sole e le stagioni
Interazioni Insegnante/alunno
L'insegnante **ripercorre** attraverso i cartelloni degli elaborati degli alunni appesi in classe o raccolti nei quaderni aperti sui banchi le **tappe del lavoro** fin qui svolto, le osservazioni,

[32] La visita al Planetario è stata concordata con gli operatori e si sono finalizzate efficacemente per la classe quinta le proiezioni delle immagini proiettate dell'eclittica e del movimento del pianeti e delle costellazioni.

i fenomeni e le conoscenze istituzionalizzate. In particolare:

- ✓ Spostamento del Sole sull'orizzonte e i diversi archi diurni ad esso associati
- ✓ Moto delle stelle intorno alla stella polare, ossia intorno all'asse di rotazione della Terra, che punta sempre il Nord. L'asse di rotazione è inclinato rispetto al piano dell'eclittica di circa 66°33'. Esso si mantiene parallelo nel movimento della Terra intorno al Sole.
- ✓ L'alternarsi delle stagioni e la diversa durata del dì e della notte sulla Terra

Dalla memoria della classe alla rappresentazione del moto della Terra

Al termine della condivisione della *memoria della classe* l'insegnante **propone un gioco**, per rappresentare e spiegare *"ciò che abbiamo osservato"* e *"ciò che abbiamo fatto"* nel corso dell'attività di osservazioni e disegni durante l'anno scolastico.

"Ciò che abbiamo osservato"
- ✓ La linea meridiana, i punti cardinali, il meridiano del luogo, i fusi orari
- ✓ Spostamento del Sole sull'orizzonte, durante l'anno
- ✓ Osservazione del Gran Carro e di Orione: La direzione Nord e l'Equatore celeste

"Ciò che abbiamo fatto"
- ✓ Osservazioni diurne e notturne
- ✓ Misure
- ✓ Disegni e rappresentazioni di ciò che si è osservato
- ✓ Planetario: una prima spiegazione del moto annuo apparente del Sole

L'insegnante propone alla classe di rappresentare con il proprio corpo attraverso un gioco questi movimenti apparenti del Sole: **il *Gioco delle Costellazioni***.[33]

Gioco delle Costellazioni
Il gioco si realizza con 14 giocatori attivi: Il Sole, la Terra e le 12 costellazioni.

Materiale occorrente:
- Un "costume" per il Sole: può essere un Sole disegnato o realizzato con della carta gialla.
- Un costume per la Terra: si può preparare una fotocopia dell'Europa da attaccare con uno spillo alla "Terra".
- Le dodici costellazioni dello Zodiaco: Ariete, Toro, Gemelli, Cancro, Leone, Vergine, Bilancia, Scorpione, Sagittario, Capricorno, Acquario, Pesci. Si possono fare riproduzioni dei simboli delle costellazioni, o scrivere semplicemente i nomi in un foglio A4. Farne due copie per ciascuna costellazione in modo da poterle eventualmente attaccare alle pareti con nastro adesivo.

[33] Il Gioco è tratto da N. Lanciano, 1983.

Descrizione sintetica dell'attività

(a) Gioco della Terra e del Sole: il moto di rotazione della Terra

- Sole fermo/Terra in rotazione: stabilire verso della rotazione
- Sistemare punti cardinali in aula/volta stellata: Il Gran Carro e Orione
- Sistemare punti cardinali sulla Terra
- **Prima consegna Terra** : simulare *alba/mezzogiorno/tramonto/notte*

(b) La Terra, il Sole e le Stelle

- Sole fermo/ moto di rivoluzione intorno al Sole: verso del moto
- Moto Sole / Terra rispetto alle Costellazioni zodiacali
- Ordinare le Costellazioni: dall'Ariete e chiudere con i Pesci
- Moto diurno Sole/Costellazioni: *"il Sole sta in …."*
- **Seconda consegna Sole/Terra:** simulare moti "equivalenti"

(c) L'asse di rotazione, eclittica ed equatore celeste: le Stagioni

- **Terza consegna Sole/Terra**: Nuova rivoluzione Sole/Terra puntando il Nord: inclinazione asse sull'eclittica: 66° 33' circa. Asse parallelo
- Il Sole in Ariete/ Cancro/ Bilancia/Capricorno
- Eclittica ed Equatore celeste: una rappresentazione geometrica. Una visione animata al Planetario
- Moto a spirale Sole/Terra: dì/notte diverse tutto l'anno, ai poli, all'equatore e da noi, alle medie latitudini

L'insegnante propone alla classe di rappresentare il moto apparente del Sole intorno alla Terra e il moto della Terra intorno al Sole con un modello tridimensionale.

Materiale e descrizione sintetica dell'attività.

– Su un tavolo, sistemare in circolo la fascia dello Zodiaco (realizzata attaccando tra loro in una "ellisse" tutte le immagini delle costellazioni zodiacali).

– Posizionare in uno dei fuochi una lampada che rappresenta il Sole.

– Identificare Solstizi ed Equinozi.

– Posizionare quattro sferette (ad es 4 arance), con uno stecchino per rappresentare l'asse nord/sud, nelle costellazioni dei solstizi ed equinozi, corredate dall'asse **di rotazione, che punta verso il Polo Nord celeste**, sistemato in alto in classe, che dunque, rimane sempre parallelo a sé stesso e inclinato rispetto al piano dell'eclittica.

– Simulazione del moto apparente del Sole intorno alla Terra/moto Terra intorno al Sole con un modello tridimensionale su un piano (ad es sulla cattedra), con **l'asse della Terra inclinato rispetto al piano in cui avviene il moto**.

Utilizzare le sferette da far manipolare agli allievi/e. Due casi:

1°caso : La Terra gira intorno al Sole con l'asse perpendicolare al piano dell'eclittica. Mostrare che la Terra è sempre illuminata a metà con il cerchio di illuminazione che passa ai poli. Far disegnare ciò che si vede.

2°caso: La Terra gira intorno al Sole con l'asse inclinato sull'eclittica (che punta sempre al Nord, identificato in aula). I cerchi di illuminazione variano durante l'anno. Verificare la diversa porzione di spazio che viene illuminata nelle quattro posizioni fondamentali; solo agli equinozi la porzione di spazio resta uguale Far notare che la situazione precedente è verificata solo agli Equinozi. Verificare la corrispondenza spazio/durata dì-notte, nelle varie posizioni. Confrontare la visibilità della calotta polare, nelle varie posizioni. Far disegnare ciò che si vede.

Rappresentazione con disegni del modello tridimensionale.

- Disegnare "ciò che si vede" nelle quattro posizioni fondamentali: cerchio di illuminazione e posizione rispetto alle costellazioni.
- Disegnare situazione dì/notte rispetto a "ciò che si vedrà quel giorno nel cielo notturno".

L'insegnante istituzionalizza su tutti i concetti costruiti nell'attività sperimentale

- ✓ Moto annuo apparente del Sole e moto della Terra
- ✓ Causa delle stagioni
- ✓ Zone climatiche

Il compito dell'alunno

Gli alunni/e sono i protagonisti del gioco delle costellazioni e dell'attività con il modello tridimensionale (una delle fasi dell'attività con le 4 arance, è riportata nella foto sotto): con il corpo, con le azioni, con i disegni svolgono l'attività prevista, sotto la guida dell'insegnante che dà "le consegne". I movimenti, le risposte alle domande si susseguono in una discussione collettiva degli alunni tra di loro e con l'insegnante.

Fase H - **Equivalenza del modello tolemaico e copernicano**
Interazioni Insegnante/alunno
L'insegnante rilancia una nuova questione: Gli antichi, tranne pochi filosofi, credevano che fosse la Terra al centro dell'universo e non il Sole. *Cosa si verificherebbe, rispetto alle stagioni, scambiando la Terra con il Sole?* L'insegnante propone agli alunni di effettuare tale *scambio* e di disegnare ciò che si *vede* in questa nuova situazione. Sostituire la Terra con il Sole. Procurarsi una lampada con un filo lungo che possa muoversi intorno alla Terra e osservare che anche se la Terra è ferma, ma il suo asse è inclinato, i cerchi di illuminazione sono gli stessi del moto precedente. L'insegnante, in una discussione collettiva sulla base dei disegni elaborati istituzionalizza su: ✓ La Terra al centro non modifica la modalità di irraggiamento nelle diverse posizioni Terra-Sole. Dunque esistono le stagioni e si susseguono nel modo già verificato nel precedente modello. ✓ Non muta la diversa durata dì/notte nel corso dell'anno. ✓ Cambia solamente il verso dei moto del Sole (da Est verso Ovest), (rispetto al verso della Terra (da Ovest verso Est). ✓ Dal punto di vista "geometrico" i due modelli sono equivalenti. ✓ Resta aperto il problema delle prove fisiche che dimostrino: *"Chi si muove"?Una nuova questione da studiare!*
Il compito dell'alunno
✓ Gli alunni/e eseguono le consegne dell'Insegnante e posizionano la Terra, con l'asse inclinato sul piano della cattedra. ✓ Muovono il Sole intorno alla Terra e osservano i diversi cerchi di illuminazione che si verificano nelle quattro posizioni fondamentali: Equinozi e solstizi. ✓ Constatano che i cerchi di illuminazione determinano la diversa durata dì/notte. ✓ Constatano che l'irraggiamento sulla Terra nelle diverse posizioni Terra/Sole non muta rispetto al precedente modello, e che dunque le stagioni si presentano nella stessa modalità già verificata. ✓ Rappresentano con un disegno "ciò che vedono". Istituzionalizzazione: ciascun alunno scrive nel quaderno i risultati raggiunti nell'attività.

3.3 Gli elaborati degli alunni: alcune considerazioni

Riportiamo alcuni elaborati che testimoniano il lavoro degli alunni, con alcune considerazioni che delineano il filo degli aspetti salienti degli apprendimenti acquisiti.
Le ombre nella prima esperienza di rappresentazione spontanea, realizzata in classe terza o quarta, sono "animate", esistono di per sé, staccate dal corpo e slegate dalla luce.

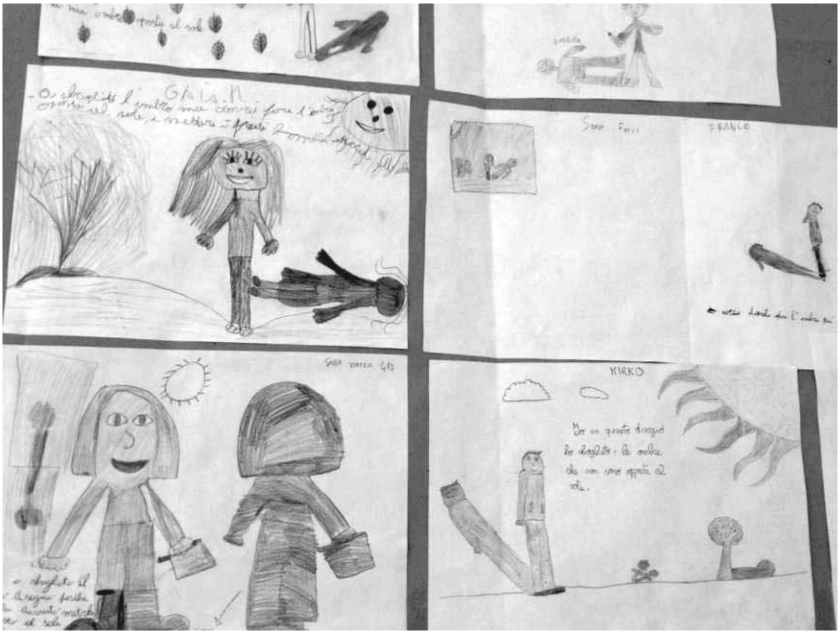


Figura 1 ***Elaborati rappresentazione spontanea***

Dopo una prima riflessione e discussione collettiva in classe i bambini riportano il loro percepito nell'attività "Racconta cosa sono le ombre".

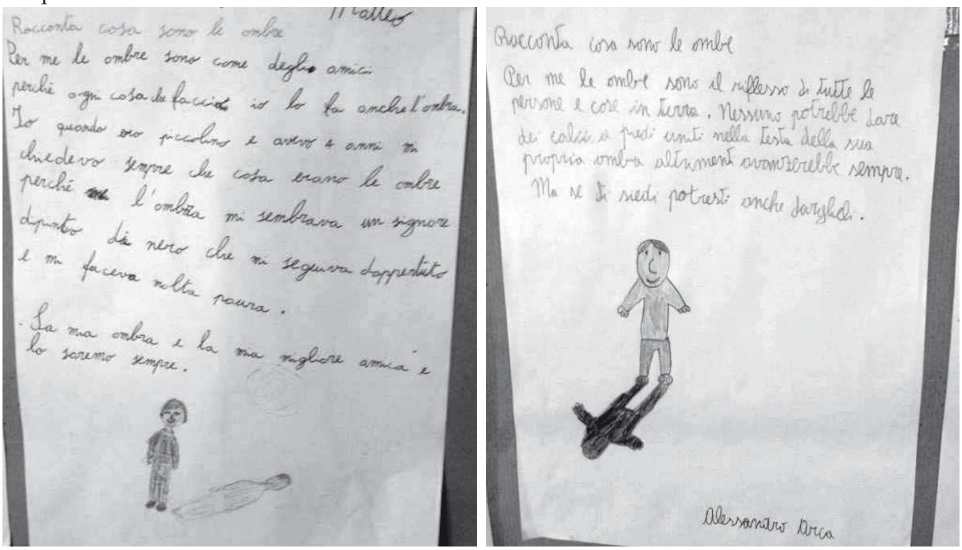


Figura 2 . Racconto cosa sono le ombre

I tre elaborati sono significativi di tre diverse fasi della modellizzazione del fenomeno delle ombre, proposto nella classe quarta prima della fase sperimentale di determinazione del meridiano locale. Negli elaborati di fig. 2 le parole sono disponibili ma legate al vissuto, le ombre sono "materiali" o "animistiche", ma non c'è la modellizzazione del fenomeno. Questa si rivela parzialmente nell'elaborato di fig. 3 attraverso una rappresentazione causale che non contiene come nell'elaborato 2 una contraddizione fonte di luce ombra.

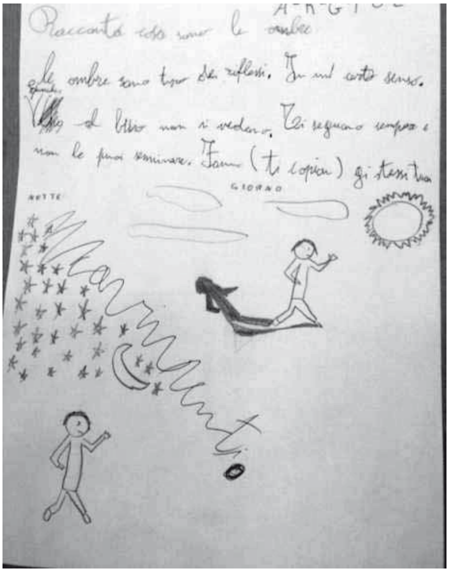


Figura 3 Ombra di giorno e di notte

Per me le ombre sono il riflesso di tutte le persone e cose in terra. Nessuno potrebbe dare un calcio a piedi uniti alla testa della sua propria ombra altrimenti avanzerebbe sempre. Ma se ti siedi potresti sempre darglieli. Alessandro

Per me le ombre sono come degli amici perché ogni cosa che faccio io lo fa l'ombra. Quando ero piccolo ..... Matteo

Le ombre sono come dei riflessi. In un certo senso al buio non si vedono. Ti seguono sempre e non le puoi seminare. .....Franco

L'esperienza si sviluppa con la costruzione di un esperimento per verificare ipotesi formulate a priori in una discussione collettiva. Estratti degli elaborati di due alunni sulla fase spontanea, la formulazione e la confutazione o il rigetto.
Abbiamo raccontato in un foglio cosa sono per noi le ombre. Poi abbiamo discusso i racconti, scrivendo queste ipotesi (...) L'ombra al buio c'è ma non si vede. Daniele
Facendo l'esperimento siamo giunti alla conclusione: l'ombra al buio non c'è. Giovanni

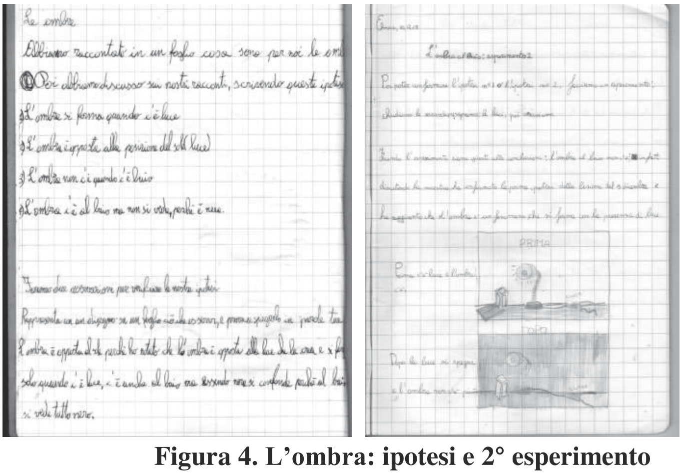


Figura 4. L'ombra: ipotesi e 2° esperimento

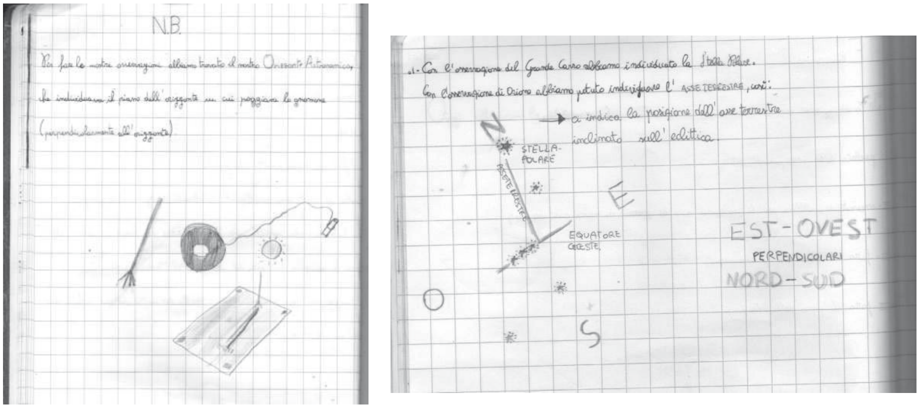


Figura 5. Le misure per la determinazione del meridiano locale e le osservazioni del cielo notturno

Le ombre dello gnomone, nella classe quarta sono misurate prima e dopo mezzogiorno, nella classe quinta sono misurate in diversi periodi dell'anno. Le ombre a mezzogiorno hanno lunghezza diversa: al solstizio d'inverno il Sole è basso e l'ombra è più lunga. Con i bambini di questa classe quinta ci si è fermati alla misura lineare delle ombre, non sono state fatte osservazioni o foto o disegni di questo evento sui quali poggiare la devoluzione per sviluppare anche alcuni aspetti matematici legati alle proiezioni e alle curve.

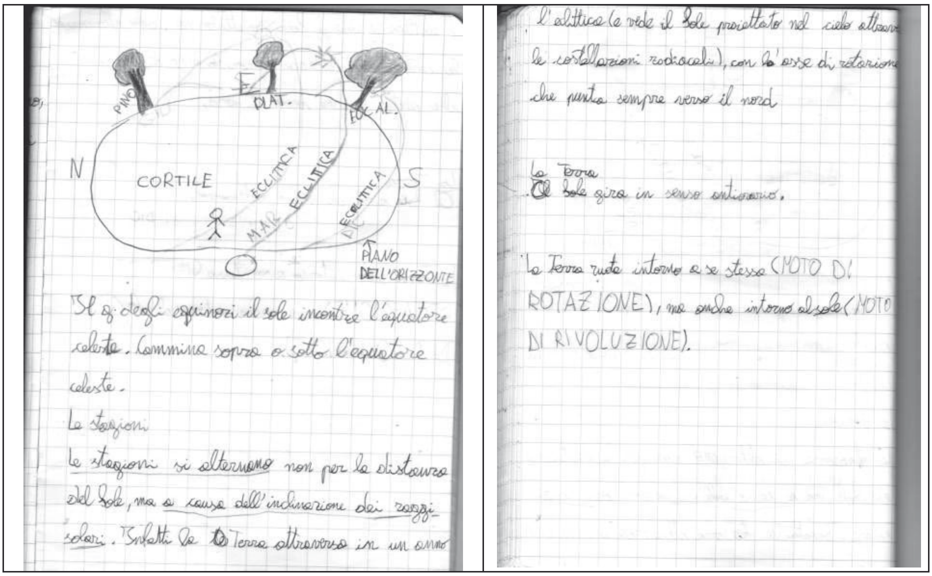


Figura 6. Rappresentazione dell'eclittica e i moti del Sole e della Terra

Nel caso del fenomeno delle stagioni si tratta di rami di iperbole, curva che si affronta nel curricolo di matematica della scuola secondaria di primo grado a proposito della proporzionalità e poi solo nella secondaria di secondo grado si tratta delle proiezioni e degli aspetti analitici delle curve. A questi livelli scolastici si potrebbe proporre una modellizzazione più elaborata del fenomeno delle stagioni che non lasci a livello di precostruito questi aspetti matematici sulla conoscenza delle curve. L'osservazione del cielo notturno messo in relazione con i punti cardinali, le attività sul moto annuo del Sole e quelli della Terra hanno condotto a compimento nella classe quinta il percorso sulle Stagioni.

CONCLUSIONE

Il Processo di Insegnamento/Apprendimento in situazione scolastica è un apprendimento vincolato sia rispetto ai tempi che la scuola detta, sia rispetto alla esigenza istituzionalmente fissata della valutazione degli apprendimenti. Il processo di istituzionalizzazione regola la fase conclusiva del processo di insegnamento apprendimento al quale segue quello di valutazione. Noi non abbiamo preso in considerazione questa fase ma abbiamo reso conto degli apprendimenti attraverso la presentazione di alcuni elaborati degli alunni. Il nostro obiettivo in questo lavoro è stato quello di dare le caratterizzazioni della progettazione del percorso come processo e come lavoro dell'insegnante. La previsione della realizzazione in classe e l'integrazione tra i due ambiti disciplinari, astronomia e matematica, sono le condizioni che riteniamo fondamentali in un insegnamento a base sperimentale o laboratoriale.

Abbiamo cercato di mettere in evidenza il rapporto costruito/non costruito/precostruito per evidenziare come la progressione del lavoro dell'insegnante possa evolversi anche con scelte consapevoli di saperi che possono essere costruiti ed altri che nello stesso percorso possono o devono rimanere precostruiti. Sui saperi da costruire, l'alunno deve avere compiti da svolgere, calcoli, misure, domande da porre o a cui rispondere, problemi da risolvere; su questi saperi dovrà essere prevista una fase di valutazione e l'alunno dovrà renderne conto istituzionalmente. Altri saperi possono invece rimanere precostruiti per un certo periodo (anche alla scala temporale di alcuni anni) e utilizzati come termini e saperi disponibili senza che su questi si possa progettare né una devoluzione, né una fase di istituzionalizzazione ed una di valutazione.

La nostra esperienza ha mostrato la possibilità dell'integrazione di attività di astronomia nel curriculum di matematica, ma la riproducibilità delle attività presentate è fortemente condizionata alla messa in opera della metodologia sperimentale che non è parte abitualmente della formazione iniziale degli insegnanti. La nostra proposta lancia anche la sfida di una destrutturazione delle pratiche abituali che non è di semplice realizzazione, ma che va nella linea di una "classe capovolta", non solo dal punto di vista del ruolo degli alunni, ma soprattutto di quello dell'insegnante e dell'articolazione dei saperi.

RIFERIMENTI

Assude T., Grugeon B. (2003), *Enjeux et développements d'ingénieries de formation des enseignants pour l'intégration des TICE*, Congrès ITEM, Reims 20-22 juin, 2003.

Bessot A. (1994), *Panorama del quadro teorico della Didattica della Matematica in Francia*, in L'educazione Matematica, Vol. 1, n.1, pp. 37/74.

Bernard C. (1966), *Introduction à l'étude de la médicine expérimentale,* Paris, Garnier-Flammarion, éd. Michiels-Philippe M.P, 1984, *Textes de base en psychologie, L'Observation,* Delachaux et Niestlé, pp 105-116.

Boero P. (1989), Mathematical literacy for all: experience and problems, Proceeding of PME XIII, Paris, Vol.1, pp.62-76.

Progetto SeT http://didmat.dima.unige.it/

Brousseau G. (1998), Théorie des situations didactiques, Edition La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (1985), *La Transposition didactique*, *Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherche en didactique des mathématiques*, 19/2, 56, 221-266.

Comiti, C., Grenier, D., Margolinas, C. (1996), Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques, in *Différents types de savoirs et leur articulation, Sciences*, pp.93-127, Pensée Sauvage, Grenoble.

Lai S. (2002), Trasposizione didattica: vincoli del sistema scolastico, éd Lai S., Calledda P., Supplemento n°3, *Giornale di Astronomia*, I.E.P.I., Pisa-Roma, Vol.28, n°1, pp. 13-27.

Lai S., Proverbio E. (1980a), Programma di scienze sperimentali della scuola media : il sistema solare, *Giornale di Astronomia*, I.E.P.I., Pisa-Roma, Vol. 6, N. 4, pp347-355.

Lai S., Proverbio E. (1980b), Sui programmi di scienze sperimentali della scuola media, *L'Educazione Matematica,* N.2, 1980, pp 64-72.

Lai S. (2004), Trasposizione Didattica: Astronomia e Matematica, in *L'educazione Matematica*, n.1, pp. 27-47.

Lai S. (2009), *La construction d'un curriculum d'Astronomie et Astrophysique, étude de son écologie mathématique dans le système scolaire italien »,* Thèse, Université Aix-Marseille I-Université de Provence (Francia).

Lai S., Polo M. (1999), I Progetti MPI-UE di riduzione della dispersione scolastica: resoconto di un'esperienza, pp. 525-538, *Scuola & Città*, La Nuova Italia Editrice, Firenze.

Lai S., Polo M. (2012), Construction d'une culture scientifique pour tous: engagement de l'enseignant et de l'élève dans la rupture de pratiques habituelle, Actes EMF2012 – GT9, Enseignement des mathématiques et contrat social: enjeux et défis pour le 21e siècle, Genève. 3-7 février 2012.

Lai S., Turricchia A. (2003), *I percorsi didattici - IV settimana di Astronomia*, pubblicazione a cura del Comune di Bologna.

Casati R. (2008), *La scoperta dell'ombra,* Editori Laterza.

Lanciano N. (1983), Dall'Esperienza al Modello in Astronomia, *Didattica delle Scienze n.10*, pp14-21, 1983.

Lanciano N. (2002), *Strumenti per i giardini del cielo*, Quaderni di Cooperazione Educativa.

Benacchio L. Turricchia A. et al (2003), "Cielo! un percorso di Astronomia e Fisica per le scuole elementari e medie"- www.polare.it.

NOTIZIE

PROGETTO "DIFFUSIONE E DIVULGAZIONE DELLE SCIENZE MATEMATICHE IN SARDEGNA. MATERIALI PER UNA RICOSTRUZIONE STORICA (SEC. XVII-XIX)".

La seconda fase del progetto, finalizzato a ricostruire l'attività di insegnamento e di ricerca scientifica svolta nell'Ateneo cagliaritano nel campo delle discipline matematiche nei secoli XVII, XVIII e XIX ha avuto inizio. Questa nuova fase del progetto - finanziato dall'Amministrazione Provinciale di Cagliari con i fondi della Legge Regionale n° 26/1997 per la "Promozione e valorizzazione della lingua e della cultura della Sardegna", e cofinanziato dal C.R.S.E.M. e dal Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università di Cagliari - consisterà nella ricostruzione dell'attività di insegnamento svolta nel periodo storico preso a riferimento e nella ricostruzione dei profili biografici dei matematici sardi dell'epoca. Questa seconda fase dovrebbe concludersi entro il 31/12/2013. In un inserto speciale contenuto nel numero 1/2012 de *L'educazione Matematica* i curatori del progetto hanno illustrato le conclusioni e i risultati ottenuti col completamento della prima fase delle ricerche [M. Polo, R. Scoth, *Il progetto "Diffusione e divulgazione delle scienze matematiche in Sardegna. Materiali per una ricostruzione storica (sec. XVII-XIX)"*].

ATTIVITÀ SVOLTE DAL CRSEM

Come sezione di Cagliari dell'ARMT (http://www.armtint.org/) , il CRSEM ha gestito e organizzato il **21° Rally Matematico Transalpino**, rivolto alle classi 3^, 4^, 5^ della scuola primaria, alla scuola secondaria di primo grado e al biennio della scuola secondaria di secondo grado. Realizzato nell'ambito delle attività dell'ARMT, ha visto la partecipazione di 232 classi (132 classi nella sede di Cagliari, 66 in quella di Sassari e 34 in quella di Perugia).

Ciclo di seminari

18 Gennaio 2013, *Un percorso di recupero con alunno DSA*, Anna Maria Sedda - insegnante Istituto comprensivo Elmas (CA).

05 Febbraio 2013, *Dal testo Euclideo alle nuove proposte di inizio '900. I trattati elementari di Geometria nella tradizione Italiana*, Roberto Scoth - Università degli Studi di Cagliari.

24 Aprile 2013, *Raisonnement inductif en mathématiques. Approche intuitive et preuve par récurrence*, Denise Grenier – Equipe de Combinatoire et didactique des mathématiques, Institut Fourier Université Grenoble I

23 - 26 - 29 Aprile 2013, *MINICORSO di Didattica Della Matematica,* Rivolto anche ai tirocinanti del TFA Classi di Abilitazione Matematica e Informatica, Denise Grenier - Institut Fourier Université Grenoble I.

ATTIVITÀ PER L'ANNO SCOLASTICO 2013/2014

Incontro Regionale sul Rally Matematico Transalpino. Organizzato a Sedilo dal 6 al 9 settembre 2013 dal responsabile della sezione di Cagliari S. Deplano, con la partecipazione dei Coordinatori Internazionali.

Formazione. Il CRSEM organizza, l'11, 12, 16, e 17 Settembre 2013, dalle ore 16.30 alle 19.30, nell'Aula B del Dipartimento di Matematica e Informatica, un corso sul tema "*Geometria in movimento: alla scoperta di invarianti. Aspetti teorici e didattici della geometria delle trasformazioni con l'utilizzo di materiale manipolabile e GeoGebra*". Il corso è rivolto ad insegnanti di scuola dell'Infanzia, Primaria e Secondaria di primo grado. Le esemplificazioni didattiche tenderanno a richiamare conoscenze / competenze sulle Trasformazioni geometriche, a favorire riflessioni sulle modalità di trasposizione didattica delle Isometrie, sia con materiale manipolabile sia con il software GeoGebra, e a fornire strumenti operativi per la costruzione di percorsi didattici da sperimentare in classe.

Mostre e laboratori: dal 5 al 10 novembre 2013 – Partecipazione, con exibit di giochi e strumenti matematici e con laboratori per le classi, alla VI edizione del Cagliari Festival Scienza, promossa dal Comitato ScienzaSocietàScienza dal titolo "*Ieri, oggi e domani: le sfide della scienza*". Coordinatori e responsabili M. Polo, M.M. Becchere, S. Saba, S. Deplano, con partecipazione di G. Deiana, F. Atzeni, M. G. Sciabica e L. Argilla (MateGymn). Per informazioni sul programma completo della manifestazione http://www.scienzasocietascienza.eu/eventi_2012.htm

Il 16 Ottobre 2013 hanno inizio le attività di **Ricerca, Sperimentazione e innovazione didattica** del CRSEM per l'a.s. 2013/2014, articolate su temi e livelli scolastici.

- Trasformazioni, Regolarità e Problemi nel curricolo, ai sensi delle Indicazioni della riforma, per la scuola dell'infanzia, prima, seconda, terza, quarta e quinta primaria. Attività di formazione e coordinamento: M.Polo, A.M. Montis, S. Saba.
- Laboratori, rivolti a insegnanti di ogni ordine e grado, con uso di materiale manipolabile e GeoGebra. Attività di formazione e coordinamento: P. Malloci, A. Murgia, D. Sanna.
- Astronomia e Matematica classi terza, quarta e quinta della scuola primaria e primo anno della secondaria di primo grado. Attività di formazione, sperimentazione nelle classi e coordinamento: S. Lai, M.Polo.
- 22° Rally Matematico Transalpino: Rivolto alle classi 3^, 4^, 5^ della scuola primaria, alla scuola secondaria di primo grado e al biennio della scuola secondaria di secondo grado. Prima e seconda prova: febbraio/marzo 2014, finale Maggio 2014. Responsabile sezione di Cagliari: S. Deplano.

Per informazioni scrivere a crsem.segreteria@gmail.com; telefonare al 0706758528, preferibilmente il mercoledì mattina dalle 10.00 alle 14.00 o consultare il sito del CRSEM: http://cli.sc.unica.it/crsem/

QUOTE DI ASSOCIAZIONE AL CRSEM ANNO 2013

PREZZI 2013	Italia	Estero
Quota associativa	30,00 ∈	37,00 ∈

QUOTE DI ABBONAMENTO RIVISTA "L'EDUCAZIONE MATEMATICA"

PREZZI 2013	Italia	Estero
Abbonamento individuale	30,00 ∈	37,00 ∈
Abbonamento istituti	40,00 ∈	45,00 ∈
Spese di spedizione	3,00 ∈	7,00 ∈

I prezzi **non sono** comprensivi del costo della spedizione
PER ACQUISTI SUPERIORI A 50 euro VERRA' PRATICATO UNO SCONTO DEL 20% SUL PREZZO DI LISTINO. UN ULTERIORE SCONTO DEL 10% VERRA' PRATICATO AI SOCI e alle librerie.

Ordini e richiesta fatture da inviare a: Centro di Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica (all'att.ne Prof.ssa M.Polo), presso Dipartimento di Matematica e Informatica - Via Ospedale 72, 09124 Cagliari, Italy o via email all'indirizzo: crsem.segreteria@gmail.com

Versamenti su **ccp, intestato a CRSEM, c. c. postale N. 19490093**

intestato al CRSEM – via Ospedale 72, 09124 Cagliari
Codice (IBAN) IT 77 R076 0104 8000 0001 9490 093

Non si accetta pagamento con carta di credito.

A TUTTI I LETTORI, GLI ABBONATI E I SOCI

Nel ringraziare coloro che anche quest'anno hanno rinnovato l'abbonamento alla rivista o l'adesione al CRSEM, ci scusiamo per il ritardo nella pubblicazione dei fascicoli di questo anno dovuto alla fase di riorganizzazione della redazione e della stampa.

La redazione rinnova l'invito a tutti i lettori alla partecipazione attiva, alla produzione condivisa degli scritti e, ringraziando tutti coloro che hanno collaborato in forme diverse, si impegna a superare nel corso dell'anno i disguidi che, nostro malgrado, ci hanno costretti alla pubblicazione differita nel tempo.

Grazie a tutti. La Redazione

APPUNTI[1]

[1] Lo spazio è dedicato ad appunti di riflessione sulla lettura o sulle esperienze realizzate, che vi invitiamo ad inviarci via e-mail crsem.segreteria@gmail.com

L'educazione Matematica

INFORMAZIONI PER L'ABBONAMENTO · SUBSCRIPTION INFORMATION

Abbonamento individuale per il **2013** – Individual subscription price for **2013:**

Italia - Italy	**30 €**	
Estero - Abroad	**37 €**	including postage.
(singolo numero per l'Italia **11 €**)		
(singol edition price Abroad **12 €**)		

Abbonamento per Istituti e Scuole - Subscription price **2013** for Istitutions, Libraries, Schools:

Italia - Italy	**40 €** **+ 3 €** spedizione / postage
Estero - abroad	**45 €** **+ 7 €** spedizione / postage

Per ulteriori informazioni, tel. 070 675 8515/ 8528 (mercoledì ore 10 -13)
e-mail: crsem.segreteria@gmail.com

SIETE GENTILMENTE INVITATI AD ABBONARVI
YOU ARE INVITED TO SUBSCRIBE

Mediante versamento intestato a/ Please send a money order, made out to:

Centro di Ricerca e Sperimentazione dell'Educazione Matematica
(CRSEM)
Via Ospedale, 72
I - 09124 CAGLIARI - ITALY

È possibile pagare solo tramite conto corrente postale:
It's possible to pay only by postal account in favour of:

C/C POSTALE N. **19490093**
INTESTATO AL CRSEM - Via Ospedale, 72 - 09124 Cagliari
Codice IBAN T77 R076 0104 8000 00019490093
Codice BIC/SWIFT
BPPITRRXXX

CIN	ABI	CAB	N. CONTO
R	07601	04800	000019490093

Non si accettano pagamenti con carta di credito
Please the ammount invoiced must be credited **net of exspenses**.

La Rivista è distribuita gratuitamente ai Soci.
Quota associativa annuale: 30 €

A norma dell'art. 74, lett. c) del D.P.R. 26-10-1972, n. 633, e del D.M. 28-12-1972, l'I.V.A. pagata dall'Editore sugli abbonamenti, nonché sui fascicoli separati, è considerata nel prezzo di vendita, intendendosi che il cessionario non è tenuto ad alcuna registrazione ex articolo 25 decreto 633/1972 e non può parimenti operare alcuna detrazione (CFR. R.M. 14-4-1973 n. 532159).

SECONDO NUMERO DEL 2013

Nell'Editoriale, del secondo numero del trentaquattresimo anno, il direttore pone alcune questioni legate all'integrazione delle scienze, che è uno dei temi innovativi sia dal punto di vista epistemologico che didattico delle Indicazioni ministeriali del 2012 della riforma della scuola.

Giampaolo Chiappini, Giacomo Cozzani e Giovanni Filocamo, presentano uno studio che si basa sul presupposto che l'integrazione tra diverse forme di apprendimento, formale, informale e non formale, potrebbe favorire un cambiamento nell'educazione matematica per soddisfare le esigenze della società odierna.

Questo lavoro mostra le esperienze di algebricamente Lab, promosso dal CNR. Sottolinea le caratteristiche principali dell'insediamento educativo svolto in questo laboratorio e il contributo che può dare per promuovere e favorire una trasformazione educativa.

Roberto Scoth, presenta la trascrizione di un articolo anonimo pubblicato sulla rivista Effemeride della Pubblica istruzione nel 1861 e ne attribuisce la paternità al matematico Luigi Cremona (1830-1903), che fu uno tra i principali estensori dei programmi emanati nel periodo dell'Unità d'Italia. L'autore sostiene che l'articolo può considerarsi quasi con certezza opera di Cremona non soltanto perché questi era l'unico matematico fra i vari collaboratori dell'Effemeride, ma soprattutto per il contenuto del testo, ricco di suggerimenti metodologici e di puntuali osservazioni perfettamente coerenti con le sue vedute didattiche e riconducibili per la loro puntualità alla sola mano dell'estensore dei programmi, che probabilmente, proprio in quanto tale, preferiva mantenere l'anonimato.

Sebastiana Lai e Maria Polo partono dalla considerazione che, nonostante le Indicazioni della scuola primaria e secondaria, pubblicate tra il 2008 e il 2012, facciano riferimenti alla necessità di una integrazione delle scienze, ancora oggi nella pratica abituale si riscontra una assenza di pratiche sperimentali su temi e argomenti di Astronomia. In questo articolo presentano le scelte di natura epistemologica e didattica che sono alla base di un percorso che integra contenuti di astronomia nel curricolo di Matematica, elaborato e sperimentato nelle classi terza, quarta e quinta della scuola primaria. Il dettaglio delle attività per la classe quinta sul fenomeno delle stagioni viene descritto per esteso insieme ad alcune considerazioni sui lavori degli alunni.

INDICE